

Übungsblatt 9 Differentialgleichungen

Aufgabe 9.1 DGL mit nur einem Ableitungsterm

Die Beschleunigung einer Kugel in einem Computerspiel sei gegeben durch die Differentialgleichung $\ddot{s}(t) = 2t$

- Interpretieren Sie die Differentialgleichung (Ordnung, explizit/implizit, homogen/inhomogen), jeweils mit einem Begründungssatz.
- Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung. Wie viele freie Parameter hat sie?
- Lösen Sie die Differentialgleichung für die Anfangsbedingungen:
 $s(0) = 5, \quad \dot{s}(0) = 3.$

Aufgabe 9.2 Trennung der Veränderlichen

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für folgende DGLs mit der Methode der Trennung der Veränderlichen. Machen Sie jeweils mit der gefundenen Lösung die Probe.

(a) $y'(x) = y^2 e^{2x}$

(b) $y'(x) = \frac{x}{y}$

Aufgabe 9.3 Anfangswertproblem

Ermitteln Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\ddot{x}(t) + 6\dot{x}(t) + 8.75x(t) = 0, \quad \dot{x}(0) = 8, \quad x(0) = 0$$

Aufgabe 9.4 DGL mit konstanter rechter Seite

[aus Klausur 12.03.2007]

Gegeben sei die Differentialgleichung: $y'(x) + 2y(x) = 6$

- Interpretieren Sie die Differentialgleichung (Ordnung, explizit/implizit, linear, homogen/inhomogen, mit/ohne konstante Koeffizienten), jeweils mit einem Begründungssatz.
- Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung. Wie viele freie Parameter hat sie? Skizzieren Sie eine typische Lösung qualitativ.
- Ermitteln Sie mit geeignetem Ansatz eine partikuläre Lösung der inhomogenen DGL. Wie lautet nun die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL?
- Lösen Sie die Differentialgleichung für die Anfangsbedingung $y(1) = 9.$

Bereiten Sie die Aufgaben für den 12.05.2014 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 9.5 Trennung der Veränderlichen 2

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen durch Trennung der Variablen:

a) $x^2 \cdot y' = y^2$

b) $\sin(y) \cdot y' = -x$

Aufgabe 9.6 Anfangswertprobleme 2

Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme durch Trennung der Variablen:

a) $y' + \cos(x) \cdot y = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi$

b) $y' \cdot y^2 + x^2 = 1, \quad y(2) = 1$

c) $y' \cdot y = 2e^{2x}, \quad y(0) = 2$