

V MA 2 22.4.2015

Erklärung zu S10-4, Fall 4: Zuz., Kombination

(Bsp. geheime Wahlausgänge)

Geheime Wahl mit $n=3$ Kandidaten A, B, C

und $k=10$ Wählern

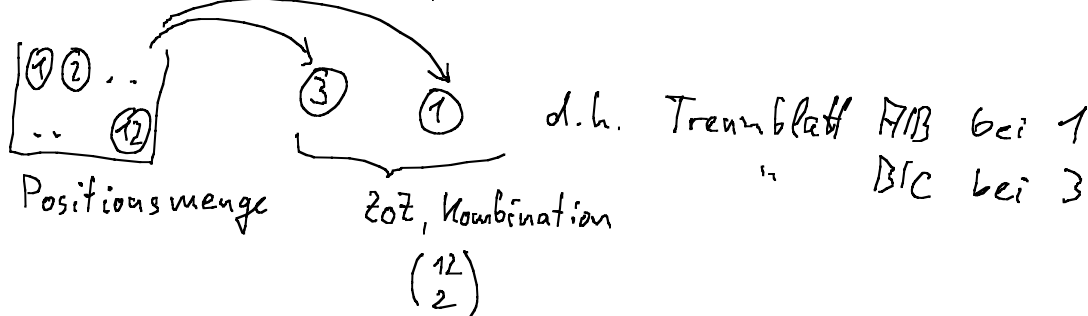
Ein Wahlausgang A A B A C C B A A C

Ordnen + Trennblätter A A A A A | B B | C C C ←

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Position der Trennblätter kennzeichnet eindeutig einen Wahlausgang

Wieviele solche Positionen?



Allgemein $\binom{k+n-1}{n-1} = \binom{k+n-1}{(k+n-1)-(n-1)} = \binom{k+n-1}{k}$, q.e.d.

Wieso steht bei Binomischem Satz $\binom{n}{k}$?

$(a+b)^n = \underbrace{(a+b) \cdot (a+b) \cdot \dots \cdot (a+b)}_{n \text{ mal}}$

Wieviele Terme mit k a's und $(n-k)$ b's gibt es

$k=2$

a b a b ... b
1 2 3 ... n

⇒

$\{1, 3\} \Rightarrow \binom{n}{k}$
Zuz., Kombination

Systematik Kombinatorik

Problem in Teilschritte zerlegbar?

ja

nein

Teilschritte getrennt,
Produktregel

Gesamtproblem
lösen

Reihenfolge der ausgewählten Elemente wichtig?

ja

nein

Variation

Kombination

Treten Elemente mehrfach auf?

ja → Zmt	n^k	$\binom{n+k-1}{k}$	ja Zmt
nein → Zmt	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$	nein Zmt

Ü1

Passworte: "ab" und "ba" sind verschieden,
"aa" erlaubt

a) $26^4 = 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26$ Anzahl 4-Wörter aus 26er-Alphabet

b) $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ " 4 " " 5er "

Wahrscheinlichkeit = $\frac{\text{günstig}}{\text{möglich}} = \frac{5^4}{26^4} = \underline{\underline{0.13\%}}$

Laplace

$= \frac{5}{26} \cdot \frac{5}{26} \cdot \frac{5}{26} \cdot \frac{5}{26}$

Ü2 a) Reihenfolge wichtig $\rightarrow$ Variation

$$\text{Zoz} : 8 \cdot 7 \cdot 6 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \underline{\underline{336}}$$

b) günstige Wertscheine: "Erste" liegt fest, 7 \cdot 6 = 42 Mögl. für 2. und 3.
 $P(\text{"Erster richtig"}) = \frac{42}{336} = \frac{7 \cdot 6}{8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{1}{8} = \underline{\underline{12.5\%}}$
 Laplace

Ü3 a) Reihenfolge Zahlen auf Tippschein unwichtig $\rightarrow$ Kombination

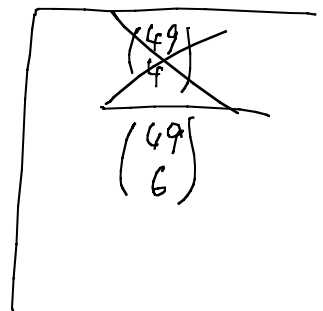
$$\text{Zoz} \Rightarrow \binom{n}{k} = \binom{49}{6} = 13.9 \text{ Mio}$$

b) $P(4 \text{ Richtige})$: erstmal 4 Richtige ziehen

Hilfsurne $\begin{pmatrix} R1 & R2 \\ \dots & R6 \end{pmatrix} \rightarrow 4x, \text{Zoz} \quad \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

zweitens 2 Falsche ziehen

Hilfsurne $\begin{pmatrix} F1 & \dots & F6 \end{pmatrix} \rightarrow 2x, \text{Zoz} \quad \begin{pmatrix} 43 \\ 2 \end{pmatrix}$



$$P(4 \text{ Richtige}) = \frac{\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 43 \\ 2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 49 \\ 6 \end{pmatrix}} = 0.000968 \approx \frac{1}{1000}$$

Ü4 Wie viele Würfer mit 2 a's

