

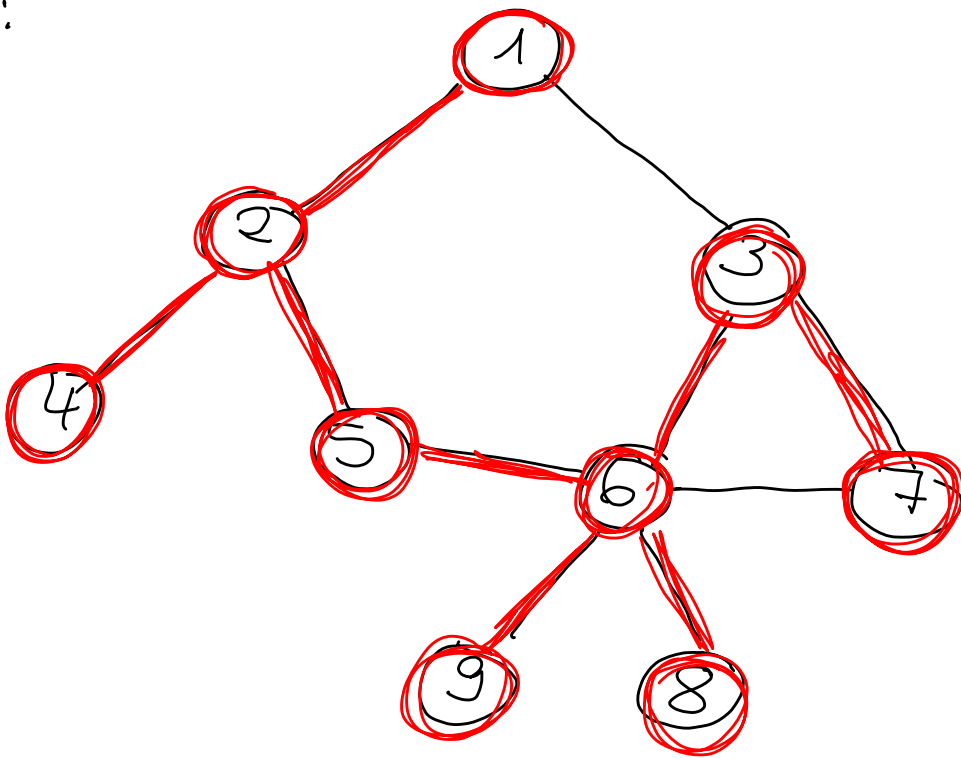
Vorlesung 6.7.15

Durchlaufen von Graphen

Def. Gerüst

Suche mit "System": Tiefensuche

Bp:



Tiefensuche:

1) Wähle Startknoten

Bp.

①

2) Besuche einen der Nachbarknoten
(beliebig, alphabetisch, numerisch)

②

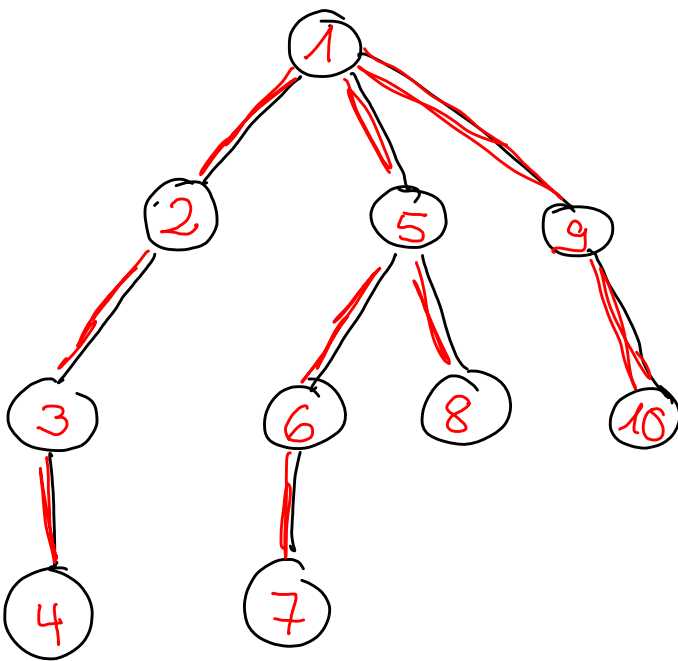
3) Besuche von hier aus wieder Nachbarknoten

4) Sind bei einem Knoten alle Nachbarn markiert, geht man zum zuletzt markierten Knoten zurück

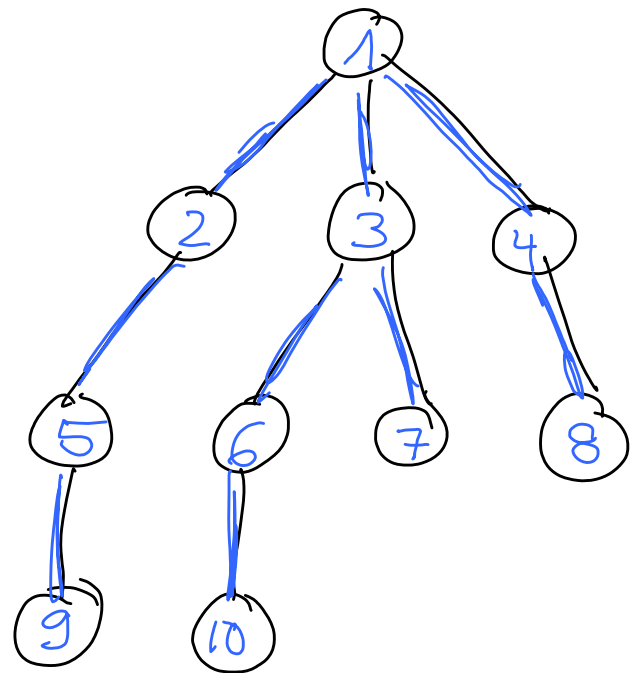
Breitensuche

- 1) Wähle Startknoten
- 2) Markiere alle benachbarten Knoten, etc.

Tiefensuche



Breitensuche



hier: unbewertete Graphen

nun: bewertete Graphen

Def: Minimal aufspannender Baum
(MST)

Sei T ein aufspannender Baum
(Gerüst). T heißt MST, wenn

gilt:

$$w(T) = \sum_{k \in K(T)} w(k) \quad \text{ist minimal}$$

Bewertung von k
Kante
Kantenbewertungen des "Gerüsts"

Wie findet man einen MST in
einem bewerteten Graphen?

Algorithmus von Kruskal

(Joseph Kruskal, 1956)

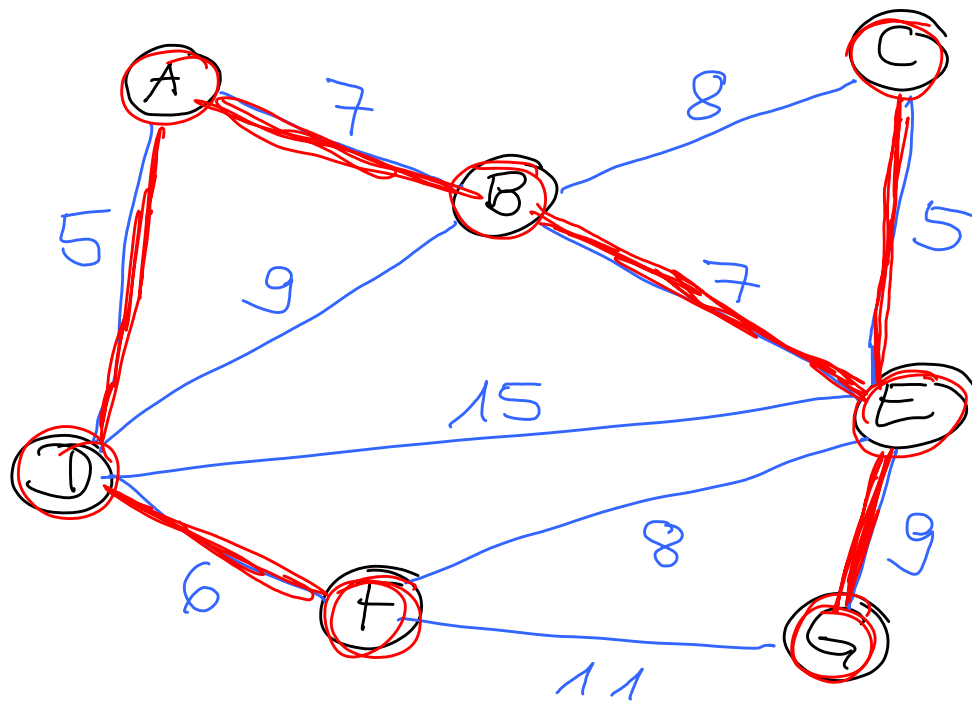
(in ungerichteten bewerteten Graphen)

- 1) Suche in G (bewertet) die Kante
mit dem kleinsten Gewicht,
falls sie einen Kreis bildet, dann

verwerfen, sonst markieren

2) 1) so oft wiederholen, bis alle Knoten markiert

Bp:



1) Wähle Kante $CE : 5$

2) Wähle Kante $EB : 7$

3) Wähle Kante $BA : 7$

4) Wähle Kante $AD : 5$

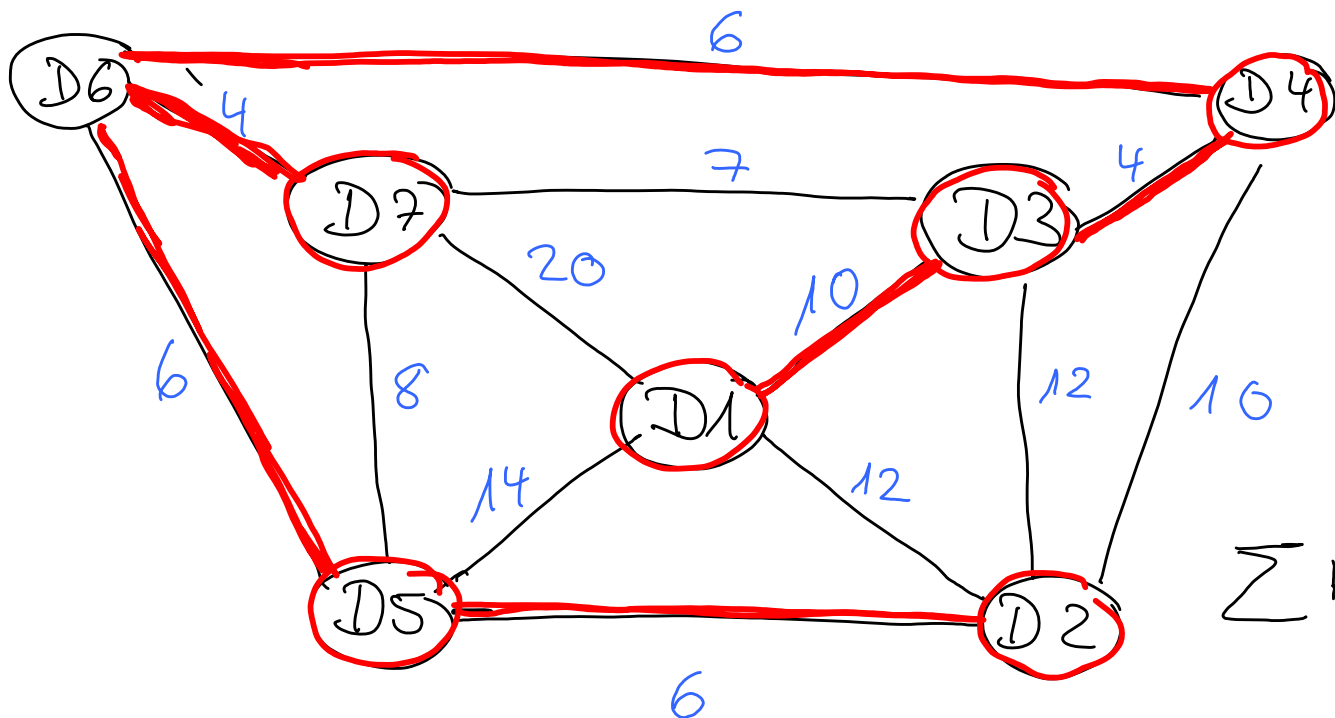
5) Wähle Kante $DF : 6$

6) Wähle Kante $EG : 9$

Bp: Sieben Dörfer sollen mittels Straßen verbunden werden

Kosten - Adjazenzmatrix

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
D1	0	12	10	0	14	0	20
D2	12	0	12	10	6	0	0
D3	10	12	0	4	0	0	7
D4	0	10	4	0	0	6	0
D5	14	6	0	0	0	6	8
D6	0	0	0	6	6	0	4
D7	20	0	7	0	8	4	0



$$\sum W(k) = 36$$

Bestimmung kürzester Wege in einem
bewerteten Graphen (auch Digraphen)

single source shortest paths

all pairs shortest paths

Markierungsalgorithmus zur
Bestimmung kürzester Wege
(DIJKSTRA)

Bp: Auffinden der kürzesten
Wege von einem Knoten
zu allen anderen

Formell: Startknoten x_0 markieren

(1) Setze $i = 1$, $M_i = \{x_0\}$

(2) Sei M^* die Menge aller
Knoten x_s der Kanten (x_r, x_s)

deren Knoten x_r in M_i liegt,
d.h. $M^* = \{x_s \in M \setminus M_i \mid \text{es gibt}$
eine Kante (x_r, x_s)
mit $x_r \in M_i\}$
 $\vdots$

Weiter am Bsp. $\leadsto$ Powerpoint Folie

1) Markiere $D(x_7) = 0$

$$M_1 := \{x_7\}$$

1. Iteration:

$$M^* = \{x_2, x_4, x_5, x_6, x_9, x_{10}\}$$

Ermittlung der Entfernungen $D(x_s)$
 $x_s \in M^*$

x_s	x_2	x_4	x_5	x_6	x_9	x_{10}
$D(x_s)$	12	7	5	9	2	4

$$D(x_s) = d(x_7, x_s)$$

$$D^*(x_s) = \min (D(x_r) + d(x_r, x_s)) \\ = 2$$

$$D(x_9) = 2$$

Markiere die Kante (x_7, x_9)

$$M_2 := M_1 \cup \{x_9\} = \{x_7, x_9\}$$

Iteration 2:

$$M^* = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_{10}\}$$

Ermittle die Entfernungen zu den Knoten aus M^* entweder direkt oder über bereits markierte Knoten

	x_3	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_{10}
$D^*(x_5)$	12	8	3	5	9	4	

$$D(x_4) = 3$$

Markiere Kante (x_9, x_4)

Iteration 3

$$M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_{10}\}$$

x_3	x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_{10}
$D^*(x_5)$	14	12	6	5	9	4

$$D(x_{10}) = 4 \quad \text{Markiere Kante} \\ (x_7, x_{10})$$

Iteration 4

$$M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_8\}$$

x_s	x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_8
$D^*(x_s)$	14	12	6	5	9	16

$$D(x_5) = 5 \quad \text{Markiere Kante} \\ (x_7, x_5)$$

Iteration 5

$$M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_6, x_8\}$$

x_s	x_1	x_2	x_3	x_6	x_8
$D^*(x_s)$	14	12	6	9	7

$$D(x_3) = 6 \quad \text{Markiere } (x_4, x_3)$$

Iteration 6

$$M^* = \{x_1, x_2, x_6, x_8\}$$

x_3	x_1	x_2	x_6	x_8
$\mathcal{D}^*(x_3)$	14	10	9	7

$$\mathcal{D}(x_8) = 7 \quad \text{Markiere } (x_5, x_8)$$

Iteration 7

x_5	x_1	x_2	x_6
$\mathcal{D}^*(x_5)$	14	10	8

$$\mathcal{D}(x_6) = 8 \quad \text{Markiere } (x_6, x_8)$$

Iteration 8

x_5	x_1	x_2
$\mathcal{D}^*(x_5)$	14	10

$$\mathcal{D}(x_2) = 10$$

$$\text{Markiere } (x_3, x_2)$$

Iteration 9

x_3	x_1
$\mathcal{D}^*(x_3)$	13

$$D(x_1) = 13 \quad \text{Maßkürz (} x_2, x_1)$$