Übungsblatt 6 Integralrechnung + Wdh.

Aufgabe 6.1 Substitutionsregel

(a) $\int \cos(\pi - 2x)dx$

(b) $\int_0^2 x\sqrt{x^2-1}\,dx$

(c) $\int x(x^2+3)^4 dx$

(d) $\int_{\pi/2}^{2\pi} \sin(x)\cos(x)dx$

Aufgabe 6.2

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale mit einer geeigneten Methode:

a) $\int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{x}{4}\right)\,dx$

b) $\int_1^e \ln x\;dx$

c) $\int_0^1 \frac{4x+6}{x^2+3x+2}\;dx$

Aufgabe 6.3 Uneigentliche Integrale

Welche der folgenden uneigentlichen Integrale sind konvergent? Was ist im Falle der Konvergenz ihr Grenzwert?

(a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2+1}$

(b) $\int_1^{\infty} \frac{(x+1)}{x^2}dx$

(c) $\int_{-\infty}^{0} e^x\,dx$

(d) $\int_0^{\infty} xe^{-x}\,dx$

[Hinweis: Die Ableitung von arc tan(z) ist: $\frac{1}{z^2+1}$]

Aufgabe 6.4 Flächenberechnung 1

Berechnen Sie den Inhalt der Flächen, die von den folgenden Funktionen eingeschlossen werden! Machen Sie sich zunächst eine Skizze.

a) $y = x^3 - 2x^2 - 3x$ und $y = 0$ und $x = 4$

b) $y = \ln(x)$ und $y = 0$ und $x = 5$

Bereiten Sie die Aufgaben für den 20.04.2015 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

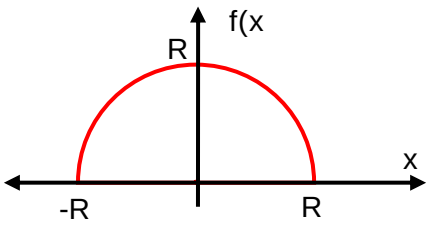
Aufgabe 6.5 Flächenberechnung 2

Gegeben sei die Fläche, die von der Kurve mit der Gleichung $y = x^2$ ($x>0$), der y-Achse und der Geraden mit der Gleichung $y = b^2$ begrenzt wird. Wie heißt die Gleichung der Geraden, welche die beschriebene Fläche halbiert und parallel zur x-Achse verläuft?

Aufgabe 6.6 Kugelvolumen

(a) Welche Funktion f(x) beschreibt den nebenstehend gezeichneten Halbkreis?

(b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel mit Radius R, indem Sie den Halbkreis um die x-Achse rotieren lassen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Formelsammlung!



Aufgabe 6.7 Wiederholung (Klausuraufgabe Taylor)

Berechnen Sie annähernd $\sqrt{e}$ (e ist die **Eulersche Zahl**) indem Sie die Funktion $f(x) = e^x$ an der Stelle $x_0 = 0$ in ein **Taylorpolynom 6. Grades** entwickeln! Welchen Wert müssen Sie für x in das Taylorpolynom einsetzen? Wie genau ist diese Annäherung? Schätzen Sie die Genauigkeit der Annäherung (den Fehler) mit der **Restgliedformel von Lagrange** ab! (Hinweis: Verwenden Sie bei der Abschätzung C=2).