

Übungsblatt 6 Integralrechnung + Wdh.

Aufgabe 6.1 Wiederholung (klausur-artige Aufgaben)

- a) Bestimmen Sie die Lösungen: $\sqrt{2x + 12} - x = 2$
- b) Berechnen Sie annähernd $\frac{1}{\sqrt{e}}$ (e ist die **Eulersche Zahl**) indem Sie die Funktion $f(x) = e^x$ an der Stelle $x_0 = 0$ in ein **Taylorpolynom 6. Grades** entwickeln! Welchen Wert müssen Sie für x in das Taylorpolynom einsetzen? Wie genau ist diese Annäherung? Schätzen Sie die Genauigkeit der Annäherung (den Fehler) mit der **Restgliedformel von Lagrange** ab! (Begründen Sie, warum C=1 die beste mögliche Abschätzung ist).

Aufgabe 6.2 Integrale und Stammfunktionen

Bestimmen Sie die nachfolgenden bestimmten Integrale sowie ihre Stammfunktionen!

(a) $\int_0^1 \sqrt{x} dx$

(b) $\int_{-1}^1 x dx$

(c) $\int_{-1}^1 x^2 dx$

- (d) Fällt Ihnen bei (b) und (c) etwas auf? Kann man das verallgemeinern? Verwenden Sie

diese Erkenntnis, um möglichst einfach $\int_{-23}^{23} f(x) dx$ zu berechnen, wobei entweder

$f(x)=\sin(x)$ oder $f(x)=\cos(x)$ gilt.

Aufgabe 6.3 Substitutionsregel

(a) $\int \cos(\pi - 2x) dx$

(b) $\int_0^2 \sqrt[3]{\left(\frac{x}{4} - 2\right)^2} dx$

(c) $\int x(x^2 + 3)^4 dx$

(d) $\int_0^1 \sin(x) e^{\cos(x)} dx$

Aufgabe 6.4 Partielle Integration

(a) $\int x e^x dx$

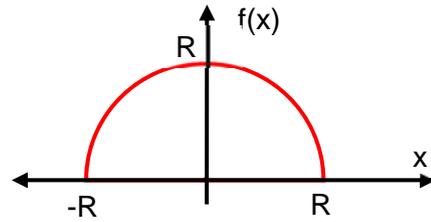
(b) $\int \ln(x) dx$

[Hinweis zu (b): Schreiben Sie $\ln(x)$ als Produkt $1 \cdot \ln(x)$.]

Bereiten Sie die Aufgaben für den 11.04.2016 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 6.5 Kugelvolumen

- (a) Welche Funktion $f(x)$ beschreibt den nebenstehend gezeichneten Halbkreis?
- (b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel mit Radius R , indem Sie den Halbkreis um die x -Achse rotieren lassen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Formelsammlung!



Aufgabe 6.6 Uneigentliche Integrale

Welche der folgenden uneigentlichen Integrale sind konvergent? Was ist im Falle der Konvergenz ihr Grenzwert?

(a)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2 + 1}$$

(b)
$$\int_1^{\infty} \frac{(x+1)}{x^2} dx$$

[Hinweis: Die Ableitung von $\arctan(z)$ ist: $\frac{1}{z^2+1}$]

Aufgabe 6.7 Herz-Fläche

In folgender Skizze sehen Sie eine herzförmige Fläche! Können Sie daraus sämtliche Funktionsgleichungen ablesen, die diese Fläche umranden? Stellen Sie die Integrale zusammen, die Sie zur Flächenberechnung benötigen.

