

V M12 - 03.05.2017

1) Tutorium (J. Quach, M. Barfosciewicz)

Mi, 15 - 17 Uhr, R 3.106

Beginn: 10.5.

2) P: über ILIAS mit Gruppenmitgliedern vernetzen

3) Klausur: Klausureinsicht ab 10.5.
für ca 3 Wochen in meiner Sprechstunde
Mi, 13¹⁵ - 14⁰⁰, R 3.230

Kombi-Trainer: www.gm.fh-koeln.de/kombinatorik

Zu Satz 10-4

	Var	Kombi
ZmZ	1) n^k	4) $\binom{n+k-1}{k}$
ZoZ	2) $\frac{n!}{(n-k)!}$	3) $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

1) Var, ZmZ:

k-mal ziehen

$$\underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k\text{-mal}} = n^k$$

, Produktregel

2) Var, ZoZ

k-mal ziehen

$$\underbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}_{k \text{ Terme}}$$

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) \cdot \underbrace{(n-k) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}_{(n-k)!}}{(n-k)!}$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!}$$

Varun $(n-k+1) = (n - (k-1))$

$n \dots$ für alle $0, 1, 2, \dots, (k-1)$

Kombination

3) ZmZ, Reihenfolge egal, k mal ziehen

Bsp. $k=3$ $[1, 2, 5], [5, 1, 2], \dots$

Diese Permutationen von 1, 2, 5 sind nur als ein Fall zu zählen in 3)

Im Falle 2) waren das $k! = 3! = 6$ verschiedene Listen. Deshalb

Fall 2) $\left\{ \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{k!} = \frac{n!}{(n-k)! k!} = \binom{n}{k} \right.$

" n über k " oder " k aus n "
(Lotto " 6 aus 49 ")

4) ZmZ / Kombination

Beispiel: geheime Wahl mit $n=3$ Kandidaten und $k=10$ Wähler

Typischer Ausgang: AABCBAABCCBA

Wieviele Permutationen?

Wahlleiter sortiert die Zettel und legt Trennblätter ein:

AAAAA|BB|CCC

Positions
menge $\rightarrow$ 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

$12 = k + \underbrace{n-1}_{\text{Trennblätter}}$
Wahlzettel

Wenn ich die Position der $n-1$ Trennblätter kenne, dann kenne ich den Wahlausgang (5As, 2Bs, 3Cs)

Möglichkeiten die Trennblätter zu positionieren
"Ziehe $(n-1)$ -mal aus der Positionsmenge $\{1, 2, \dots, 12\}$, allgemein $\{1, \dots, n+k-1\}$, Reihenfolge egal"

$\Rightarrow$ Fall 3) mit $n' = n+k-1$
 $k' = n-1$

$$\Rightarrow \binom{n+k-1}{n-1} = \binom{n+k-1}{(n+k-1)-(n-1)} = \binom{n+k-1}{k}$$

Beispiel Binomische Formel

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b) \cdot (a+b) \cdot \dots \cdot (a+b)}_{n \text{ mal}}$$

Summe

1. Term: b^n

$\downarrow$
 $b \quad b \quad \dots \quad b = 1 = \binom{n}{0}$ Möglichkeit

2. Term: $a b^{n-1}$: 1mal a, $(n-1)$ mal b $\rightarrow n = \binom{n}{1}$ "

3. Term: $a^2 b^{n-2}$: 2mal a, $(n-2)$ mal b
"Ziehe 2 mal ohne Zurücklegen aus Pos. Menge $\{1, \dots, n\}$ der Klammern" $\rightarrow \binom{n}{2}$ "

Jeder Term $a^k b^{n-k}$ kommt $\binom{n}{k}$ mal vor

Insgesamt: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Systematik Kombinatorik

Problem in Teilschritte zerlegbar

ja

nein

Teilschritte getrennt,
Produkt regel

Gesamtproblem lösen

Lösung eines Teil/ Gesamtproblems

Reihenfolge wichtig?

ja

nein

Variation

Kombination

Treffen Elemente mehrfach auf?

ja

zum

$$n^k$$

$$\binom{n+k-1}{k}$$

ja

nein

zum

$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

$$\binom{n}{k}$$

nein

Ü 1 a) $n=26$, $k=4$

zum $\Rightarrow$ Fall 1)

$$n^k = 26^4$$

Reihenfolge wichtig
(baab und abba sind
versch. Worte)

b) 5^4 Möglichkeiten (Urne enthält )

Laplace

$$\frac{5^4}{26^4}$$

$$= 0.13\%$$

ist

Wahrscheinlichkeit für günstigen Ausgang

Ü2 as Zoz, Reihenfolge wichtig

$$n=8, k=3$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 = \underline{\underline{336}} \text{ Möglichk.}$$

(Platz 1 2 3)

b) günstigen Möglichkeiten $1 \cdot 7 \cdot 6$

$$P(\text{"Erster richtig"}) = \frac{1 \cdot 7 \cdot 6}{8 \cdot 7 \cdot 6} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$