

[V M72 - 29.5.2017]

nächste Woche: Mo = Pfingstmontag

ab Mi: Ane Schmitter V + Ü

zentraler Grenzwertsatz (ZGLW)

X sei Zuf. Var. mit E.W. μ und Std.abw. σ

n mal wiederholen: $X_1, X_2, \dots, X_n$

$\xrightarrow{\text{ZGLW}}$ 1) $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ ist normal verteilt
für n groß mit E.W. $n\mu$ und Std.abw. $\sqrt{n} \cdot \sigma$

2) $M = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ ist normal verteilt
für n groß mit E.W. μ und Std.abw. $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ü zu Satz Moivre-Laplace

(Ü1) $n = 1000$

1. Variante: X = Anzahl Mädchen

$$p = 1 - 0.52 = 0.48$$

$$P(X > 500) = 1 - P(X \leq 500)$$

$$\begin{aligned} \text{Moivre Laplace} & \approx 1 - \Phi\left(\frac{500 - 480 + 0.5}{\sqrt{520 \cdot 0.48}}\right) \\ & = 1 - \Phi(1.2975) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} np &= 480 > 5 \\ n(1-p) &= 520 > 5 \\ & \checkmark \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\text{Tab}} 9.72\% \end{aligned}$$

$$\text{N.R. } \sigma = \sqrt{n(1-p) \cdot p} = \sqrt{1000 \cdot 0.52 \cdot 0.48}$$

$$= \sqrt{520 \cdot 0.48}$$

2. Variante: X : Anzahl Jungen
 $p = 0.52$

$$\begin{aligned} P(X < 500) &= P(X \leq 499) \\ &= \Phi\left(\frac{499 - 520 + 0.5}{\sqrt{520 \cdot 0.48}}\right) = \Phi(-1.2975) \\ &= 1 - \Phi(1.2975) = \underline{\underline{9.72\%}} \end{aligned}$$

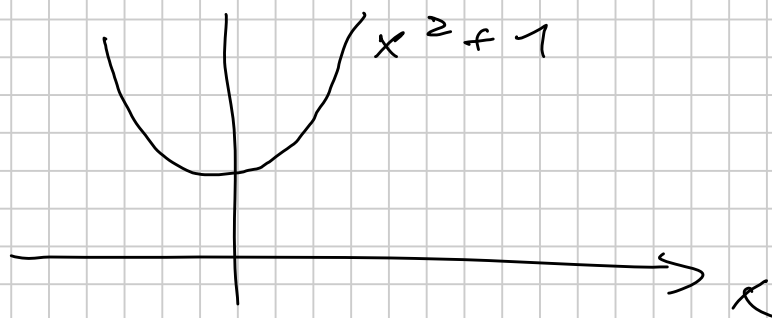
ü2 $P(X < 450) = P(X \leq 449)$

$$\begin{aligned} &\approx \Phi\left(\frac{449 - 400 + 0.5}{\sqrt{400 \cdot 0.6}}\right) \\ &= \Phi(3.195) \\ &= \underline{\underline{99.73\%}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} np &= 400 > 5 \\ n(1-p) &= 600 > 5 \end{aligned}$$

✓

Komplexe Zahlen



$x^2 + 1 = 0$
ist in $\mathbb{R}$
unlösbar

Multiplikation in $\mathbb{C}$

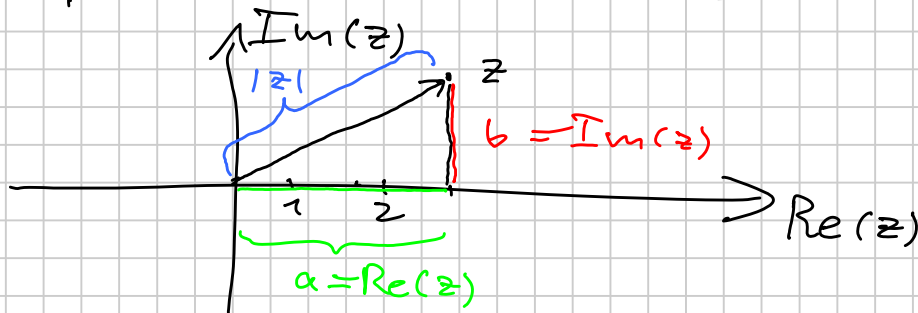
$$z_1 = a_1 + i b_1$$

$$z_2 = a_2 + i b_2$$

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (a_1 + i b_1) \cdot (a_2 + i b_2) \\ &= a_1 a_2 + i b_1 b_2 + a_1 i b_2 + a_2 i b_1 \\ &= a_1 a_2 + \underbrace{i^2}_{=-1} b_1 b_2 + i (a_1 b_2 + a_2 b_1) \\ &= \underbrace{a_1 a_2 - b_1 b_2}_{\operatorname{Re}(z_1 z_2)} + i \underbrace{(a_1 b_2 + a_2 b_1)}_{\operatorname{Im}(z_1 z_2)} \end{aligned}$$

Betrag komplexer Zahl

Gaußsche Zahlenebene



Länge des 'Vektors' z ist $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
(wie bei Pythagoras)

Division

$$\frac{3+4i}{2+5i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{i(3+4i)}{i(2+5i)} = \frac{3i-4}{2i-5} \quad \text{hilft nicht}$$

besser: mit $z_2^* = 2-5i$ erweitern

$$\frac{(3+4i)(2-5i)}{(2+5i)(2-5i)} = \frac{3 \cdot 2 + 4 \cdot 5 i(-i) + i(2 \cdot 4 - 5 \cdot 3)}{2^2 + 5^2} \\ = \frac{6 + 20 + i(8 - 15)}{29} = \frac{26}{29} + i \left(\frac{-7}{29} \right)$$

ii

$$a) i(3-2i) = i3 - \underbrace{2i^2}_{-1} = 3i - (-2) = \underline{\underline{2+3i}}$$

$$b) \underbrace{|3-4i|}_{\substack{\text{Re} \quad \text{Im}}} = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = \underline{\underline{5}}$$

$$c) \frac{(3+4i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{6-4 + i(8+3)}{2^2 + 1^2} \\ = \frac{2 + 11i}{5} = \underline{\underline{\frac{2}{5} + i \frac{11}{5}}}$$

Welches z erfüllt $z^2 = -2$?

Antwort $z = \pm i\sqrt{2}$,

$$\text{denn } (\pm i\sqrt{2})^2 = i^2 \sqrt{2}^2 = -2$$