

## Übungsblatt 6      Integralrechnung + Wdh.

### Aufgabe 6.1

Für folgende bestimmte Integrale brauchen Sie noch keine komplizierte Regel:

$$\text{a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx \quad \text{b) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (2x + \sin(x) - \cos(x)) dx$$

### Aufgabe 6.2 Substitutionsregel

$$\begin{array}{ll} \text{(a) } \int \cos(\pi - 2x) dx & \text{(b) } \int_0^2 x \sqrt{x^2 - 1} dx \\ \text{(c) } \int x(x^2 + 3)^4 dx & \text{(d) } \int_{\pi/2}^{2\pi} \sin(x) \cos(x) dx \end{array}$$

### Aufgabe 6.3

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale mit einer geeigneten Methode:

$$\text{a) } \int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{x}{4}\right) dx \quad \text{b) } \int_1^e \ln x dx \quad \text{c) } \int_0^1 \frac{4x+6}{x^2+3x+2} dx$$

### Aufgabe 6.4 Uneigentliche Integrale

Welche der folgenden uneigentlichen Integrale sind konvergent? Was ist im Falle der Konvergenz ihr Grenzwert?

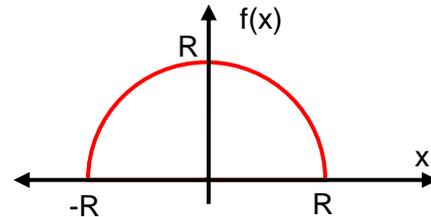
$$\text{(c) } \int_{-\infty}^0 e^x dx \quad \text{(d) } \int_0^{\infty} x e^{-x} dx$$

**Aufgabe 6.5 Flächenberechnung 2**

Gegeben sei die Fläche, die von der Kurve mit der Gleichung  $y = x^2$  ( $x > 0$ ), der  $y$ -Achse und der Geraden mit der Gleichung  $y = b^2$  begrenzt wird. Wie heißt die Gleichung der Geraden, welche die beschriebene Fläche halbiert und parallel zur  $x$ -Achse verläuft?

**Aufgabe 6.6 Kugelvolumen**

- (a) Welche Funktion  $f(x)$  beschreibt den nebenstehend gezeichneten Halbkreis?
- (b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel mit Radius  $R$ , indem Sie den Halbkreis um die  $x$ -Achse rotieren lassen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Formelsammlung!

**Aufgabe 6.7 Wiederholung (Klausuraufgabe Taylor)**

Berechnen Sie annähernd  $\sqrt{e}$  ( $e$  ist die **Eulersche Zahl**) indem Sie die Funktion

$f(x) = e^x$  an der Stelle  $x_0 = 0$  in ein **Taylorpolynom 6. Grades** entwickeln! Welchen Wert müssen Sie für  $x$  in das Taylorpolynom einsetzen? Wie genau ist diese Annäherung? Schätzen Sie die Genauigkeit der Annäherung (den Fehler) mit der **Restgliedformel von Lagrange** ab! (Hinweis: Verwenden Sie bei der Abschätzung  $C=2$ ).