Mathematik II – Übungsblatt 9 SS 2017 Prof.Dr.W. Konen, Dr. A.Schmitter

Bereiten Sie die Aufgaben für die Woche ab dem 19.6.16 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 1

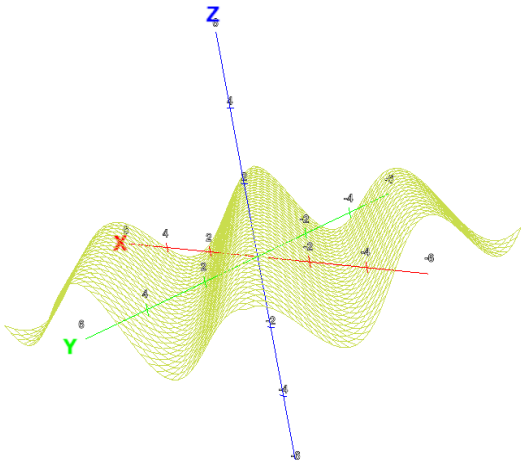
Gegeben sei a) $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ b) $f(x,y)=e^{x^2+y^2}$

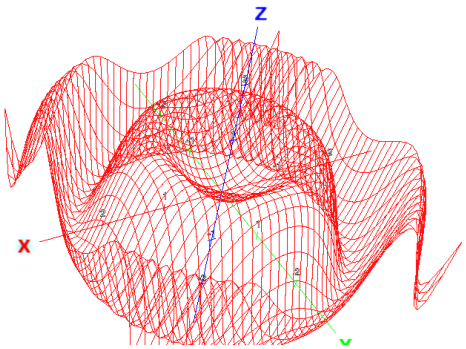
Bestimmen Sie für diese Funktionen die Gleichungen der *Höhenliniendiagrammkurven* und der *Schnittkurven* (Schnittebenen parallel zur x,z-Ebene bzw. y,z-Ebene) für z_0 bzw. y_0 bzw. x_0 = 0,1,2,3,4.

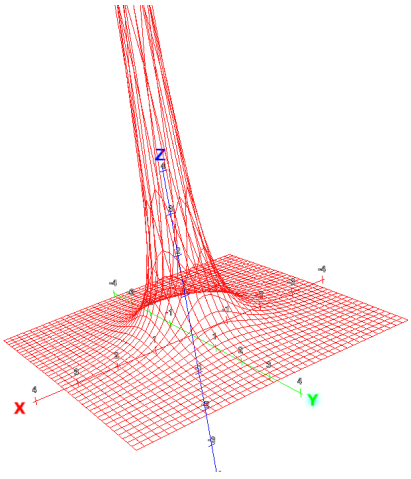
Versuchen Sie, eine 3D-Skizze zu erstellen und beschreiben Sie dann die durch f dargestellte Fläche im dreidimensionalen Raum.

Aufgabe 2

Nachfolgend sind drei graphische Darstellungen von 3D-Funktionen zu sehen. Überlegen Sie sich zu jeder einzelnen, wie die Funktionsgleichung aussehen könnte. Betrachten Sie dazu den Funktionswert an der Stelle (x,y)=(0,0), dann betrachten Sie, wie die Funktionswerte für sehr große x und y aussehen. Schwanken die Funktionswerte? Aus der Kenntnis über Eigenschaften von Funktionen mit einer unabhängigen Variablen, sollten Sie zumindest sagen können, welche Funktionen eventuell in die Gleichung eingehen. Es wird nicht erwartet, dass Sie exakt die jeweilige Funktionsgleichung angeben, sondern nur etwas über die etwaige Gleichung aussagen.







Mathematik II – Übungsblatt 9 SS 2017 Prof.Dr.W. Konen, Dr. A.Schmitter

Bereiten Sie die Aufgaben für die Woche ab dem 19.6.16 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die *partiellen Ableitungen 1.Ordnung* von folgenden Funktionen:

a) $f(x,y) = x^3 + xy - y^{-2}$ **b)** $f(a,b) = (ax + bx^2)^{-1} + ye^{ab}$ **c)** $f(x,y)=\cos(x+y)\cos(x-y)$

d) $f(x,y,z) = e^x \ln y + z^2 \cos y$

Aufgabe 4

Berechnen Sie den Gradienten von nachfolgenden Funktionen erst allgemein, dann für die angegebenen Werte.

a) $f(x,y) = \dfrac{x}{3y-2x}$ für $x=1$ und $y=0$

b) $f(x,y) = (3x+xy)^2$ für $x=2$ und $y=4$

c) $f(x,y,\varphi) = \sqrt{x^2+y^2-2xy\cos\varphi}$ für $x=1, y=1, \varphi=\dfrac{\pi}{3}$

Aufgabe 5

Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen 1. Ordnung von

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta} x_3^{\gamma} x_4^{\delta} e^{x_1+x_2+x_3+x_4}$$

Versuchen Sie, einen Zusammenhang zwischen partieller Ableitung und der Funktion herzustellen.

Aufgabe 6

Berechnen Sie mit Hilfe des totalen Differenzials die Oberflächenänderung eines Zylinders mit Boden und Deckel, dessen Radius r = 10 cm um 2 % vergrößert und dessen Höhe h = 25 cm gleichzeitig um 1,2 % verkleinert wurde. Vergleichen Sie diesen Näherungswert mit dem exakten Wert.

Aufgabe 7

Gegeben ist die Funktion

$$f(x,y) = 4x^3y - 3xe^y$$

Berechnen Sie den Zuwachs der Höhenkoordinate z einmal auf der Bildfläche und dann auf der Tangentialebene an der Stelle x=1,y=0 für die Koordinatenänderung dx = -0,1 (in x-Achsenrichtung) und dy = 0,2 (in y-Achsenrichtung).

Mathematik II – Übungsblatt 9 SS 2017 Prof.Dr.W. Konen, Dr. A.Schmitter

Bereiten Sie die Aufgaben für die Woche ab dem 19.6.16 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 8

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen die angegebenen partiellen Ableitungen höherer Ordnung:

a) $z = f(x,y) = x^3 + 2xy^2 - 5xy^3 + y^4$ z_{xx}, z_{yx}, z_{yyx} ,

b) $z = f(x,y) = 4y(\ln x)^2$ $z_{yxx}, z_{yyx}, z_{xyxy}$,

Aufgabe 9

Wie lautet die Gleichung der Tangentialebene der Funktion

$$z = f(x,y) = x^2 \cdot e^{xy}$$

im Punkt $P_0(1;0;1)$?

Aufgabe 10

In welchem Punkt ist die Tangentialebene der Fläche $z = 4 - x^2 - y^2$ parallel zur x-y-Ebene ?

Aufgabe 11

Bestimmen Sie die Extremwerte folgender Funktionen:

a) f (x,y) = $3y^2 + 3xy - 18y^2$

b) f(x,y) = $e^{x^2-4x} + \frac{1}{3}y^2 - 2y$

c) f(x,y) = $x^2 + \cos(y)$

Weisen Sie nach, ob es sich um ein Maximum oder um ein Minimum handelt oder ob diese Eigenschaft nicht zutrifft. Bei der Auswertung der notwendigen Bedingungen müssen Sie oft erst geschickt (evtl. Zerlegung in Linearfaktoren) umformen, um schnell zu einer Lösung zu kommen.

Aufgabe 12

a) Untersuchen Sie, für welche Werte des Parameters a die folgende Funktion Minima und für welche Werte si Maxima besitzt: f(x,y) = $-x^3 + 6axy - y^3$ ($a \neq 0$)

b) Zeigen Sie, dass die Funktion f(x,y)=c – x^2-y^2 im Punkt (0,0) ein lokales Maximum besitzt.

Mathematik II – Übungsblatt 9 SS 2017 Prof.Dr.W. Konen, Dr. A.Schmitter

Bereiten Sie die Aufgaben für die Woche ab dem 19.6.16 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 13

Bestimmen Sie mit Hilfe der *Methode von Lagrange* die Kandidaten für die relativen Extremwerte folgender Funktion:

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = {x_1}^4 + {x_2}^4 + {x_3}^4 + {x_4}^4$$

unter der Nebenbedingung

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$$

Aufgabe 14

Bestimmen Sie mit Hilfe der *Methode von Lagrange* die Kandidaten für die relativen Extremwerte folgender Funktion:

$$f(x,y,z) = x^2 + 3y^2 + 2z^2$$

unter den Nebenbedingungen

$$x + 3y = 30 \qquad \text{und} \qquad y + 2z = 20$$

Aufgabe 15

Bestimmen Sie mit Hilfe der *Methode von Lagrange* die Kandidaten für die relativen Extremwerte folgender Funktion:

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$

unter den Nebenbedingungen

$$x + y = 1 \qquad \text{und} \qquad y + z = 2$$

Aufgabe 16

Berechnen Sie mit Hilfe der *Methode von Lagrange* für folgende Funktion f unter der Nebenbedingung g die Extremwerte und überprüfen Sie mit den in der Vorlesung vorgestellten hinreichenden Kriterien, welche Art von Extremwert vorliegt.

$$f(x_1,x_2,x_3) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3}$$

$$g(x_1,x_2,x_3) = x_1 + x_2 + x_3 - 3a = 0$$