[V MA2 – 07.05.2018]

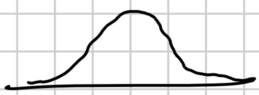
Orga: nä Woche (14.5.) Profil²

⇒ keine V, keine Ü

in 2 Wochen 21.5. →

Mo Pfingstmontag → keine V, Ü

Wdh Binomialverteilung

Normalverteilung  Wahrsch.dichte stetig

$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ u.a. Regeln

Hypergeom Verteilung: zoZ

Binomialverteilung: zmZ

} diskrete

zentrale Grenzwertsatz → s. Skript

↳ Spez. Fall: Satz von Moivre-Laplace

Ü zu Moivre-Laplace

Ü1 $p_J = 0.52$. Wie wahrsch ist es, dass unter 1000 Geb. mehr als 500 Mädchen sind?

Y: Anz. Mädchengeburten $p_M = 1 - p_J = 0.48$

$n p_M = 480$, $n(1-p_M) = 520$

beides > 5, also Vorr. Moivre-Laplace o.k.

$P(Y > 500) = 1 - P(Y \leq 500)$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{500 - 480 + 0.5}{\sqrt{480 \cdot 0.52}}\right)$$

$$= 1 - \Phi(1.2975) \underset{\uparrow \text{Tab.}}{=} \underline{\underline{9.72\,\%}}$$

Alternative Lösung

X = Anzahl Jungengeb. $\quad p_J = 0.52, \quad n p_J = 520$

$$P(X < 500) = P(X \leq 499)$$

$$= \Phi\left(\frac{499 - 520 + 0.5}{\sqrt{520 \cdot 0.48}}\right) = \Phi(-1.2975)$$

$$= 1 - \Phi(1.2975) = \underline{\underline{9.72\,\%}}$$

iii) $p = 0.4, \quad np = 400 > 5, \quad n(1-p) = 600 > 5 \quad \checkmark$

$$P(X < 450) = P(X \leq 449) = \Phi\left(\frac{449 - 400 + 0.5}{\sqrt{400 \cdot 0.6}}\right)$$

$$= \Phi(3.195) \underset{\uparrow \text{Tabelle}}{=} \underline{\underline{99.83\,\%}}$$

Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Beispiel Urne: 1 weiße, 7 schwarze Kugeln
ZoZ

Sei:

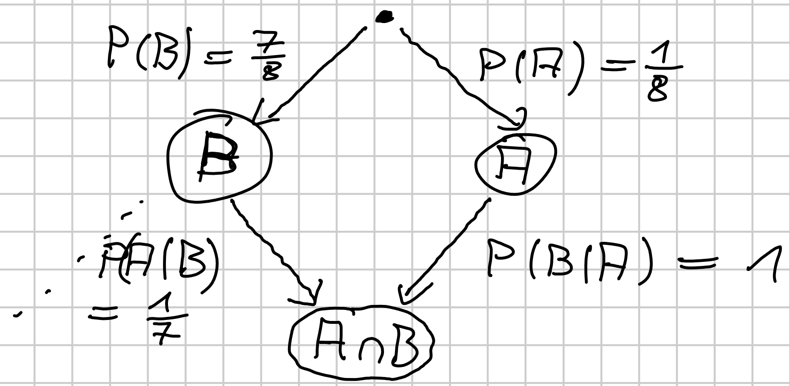
A = "Ich ziehe eine weiße Kugel"

B = " " " " schwarze Kugel"

Entscheidungsbäume: Knoten = Ereignisse, Kanten = Wahrscheinlichkeiten

genauer: Wahrsch, daß Kind-Ereignis, wenn Eltern-Ereignis bereits eingetreten

Im Bsp.



Merke: $P(B) \neq P(B|A)$

$P(A) \neq P(A|B)$

$$\underline{P(A|B)\ P(B)} = P(A \cap B) = \underline{P(B|A)\ P(A)}$$

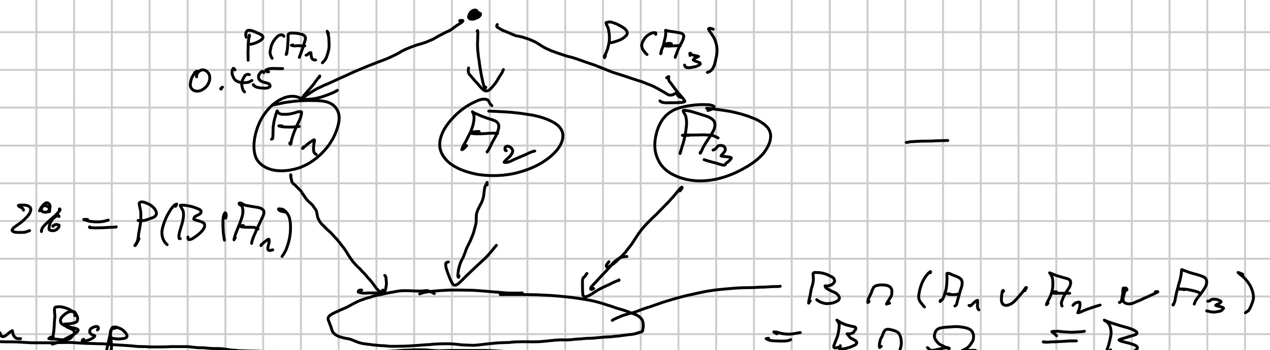
$$\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{1}{8} = 1 \cdot \frac{1}{8} \quad \checkmark$$

Wenn $P(B) \neq 0$, dann $\quad | : P(B)$

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(B|A)\ P(A)}{P(B)}}$$

Satz v. Bayes

Satz totale Wahrsch.



Im Bsp

B : "Teil ist Ausschuss"
A_i : "Teil ist von Lieferant i

$$P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(B|A_i)\, P(A_i) \qquad (S\,10-17)$$

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	
$P(B\|A_i)$	2%	3%	1%	$P(B)$
$P(A_i)$	45%	35%	20%	nach Satz 10-17
$P(B\|A_i)\,P(A_i)$	$45\% \cdot 2\%$	$35\% \cdot 3\%$	$20\% \cdot 1\%$	2.15%
$P(A_i\|B)$ nach Bayes S 10-16	42%	49%	9%	

z.B $i=1$: $$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1) \cdot P(A_1)}{P(B)}$$

$$= \frac{2\% \cdot 45\%}{2.15\%} = 42\%$$

$$P(A_3|B) = \frac{1\% \cdot 20\%}{2.15\%} = \underline{9\%}$$

$$\boxed{P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_k P(B|A_k) \cdot P(A_k)}}$$

Ziegenproblem

Lsg mit bed. Wahrsch

A_1 = "Auto hinter Tür 1, A_2, A_3 entsprechend

Kandidat wählt Tür 3

M_1 = "Moderator öffnet Tür 1"

$\underbrace{P(M_1|A_1)}_{=0}$, $\underbrace{P(M_1|A_2)}_{=1}$, $\underbrace{P(M_1|A_3)}_{=\frac{1}{2}}$ $\quad$ $P(A_i) = \frac{1}{3}$

Satz tot Wahrsch: $P(M_1) = \sum P(M_1|A_i)\, P(A_i)$

$$= 0 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{2} = \underline{\underline{50\%}}$$

Satz von Bayes

$$P(A_2 | M_1) = \frac{P(M_1|A_2)\, P(A_2)}{P(M_1)} = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$= 66\%$$

$$P(A_3 | M_1) = \frac{P(M_1|A_3)\, P(A_3)}{P(M_1)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\underline{\underline{= 33\%}}$$