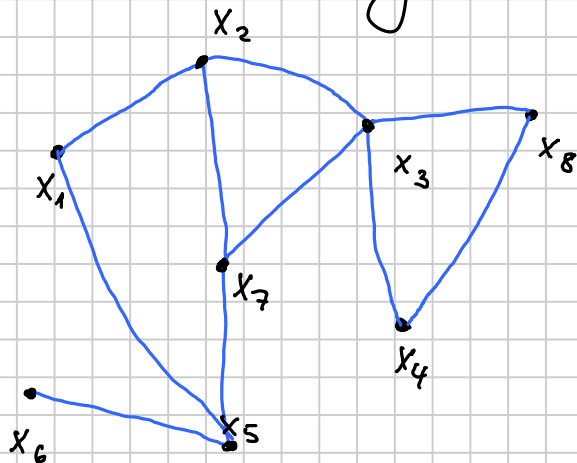


Vorlesung Mathematik 4.7.2018



	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	0	1	0	0	1	0	0	0
x_2	1	0	1	0	0	0	1	0
x_3	0	1	0	1	0	0	1	1
x_4	0	0	1	0	0	0	0	1
x_5	1	0	0	0	0	1	1	0
x_6	0	0	0	0	1	0	0	0
x_7	0	1	1	0	1	0	0	0
x_8	0	0	1	1	0	0	0	0

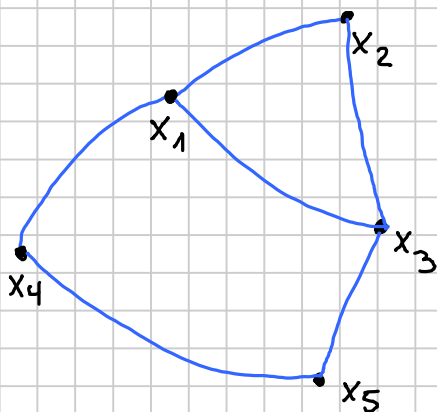
Adjazenzmatrix

A mit den Koeffizienten a_{ij}
 $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \{x_i, x_j\} \text{ Kante} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

für Digraphen gilt $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{wenn eine Kante von } x_i \text{ nach } x_j \text{ geht} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Bp: Geg. Adjazenzmatrix $A =$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	1	1	1	0
x_2	1	0	1	0	0
x_3	1	1	0	0	1
x_4	1	0	0	0	1
x_5	0	0	1	1	0



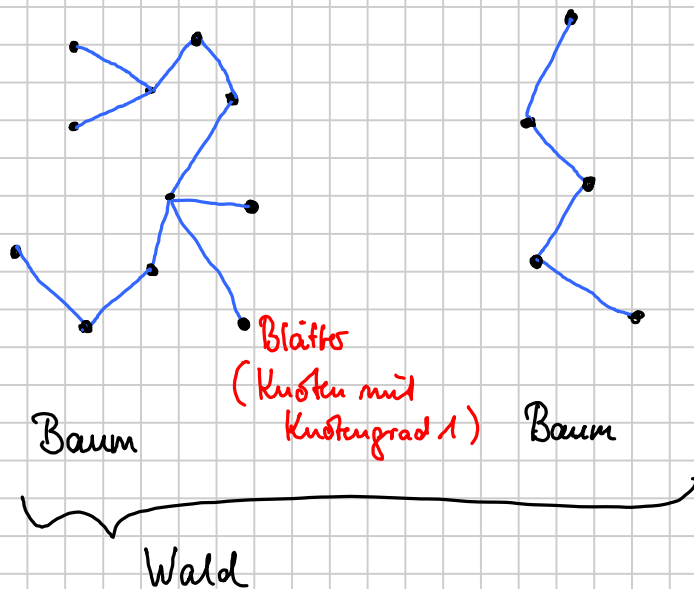
"kreuzungsfrei"

Def: Bäume und Wälder

Def: Baum

Ein Graph, in dem je zwei Knoten durch genau einen Weg verbunden sind

Ein Baum ist also ein zusammenhängender Graph ohne Kreis (zyklisfrei)



Äquivalente Aussagen über einen Baum

G ist Baum

$\Leftrightarrow$ es ex. zwischen je zwei Knoten genau ein Weg

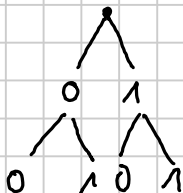
$\Leftrightarrow G$ ist minimal zusammenhängend, d.h. Weglassen einer beliebigen Kante $\Rightarrow$ der Zusammenhang geht verloren

Satz: Ein Baum mit n Knoten hat genau $n-1$ Kanten

Beweis: Vollständige Induktion

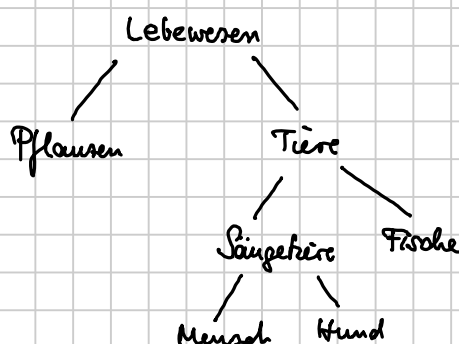
Wo findet man Bäume in der Graphentheorie?

Informatik



Datenstrukturen für das Verwalten von Datenbanken

Biologie: Stammbäume

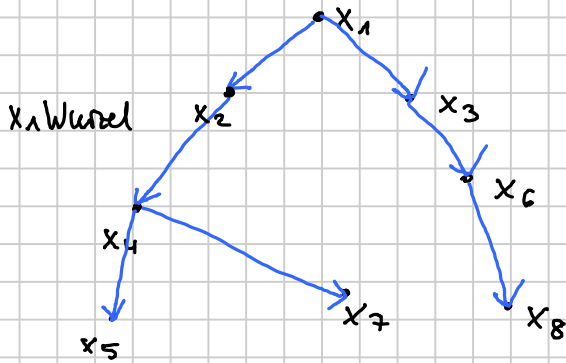


Def: Wurzelbaum

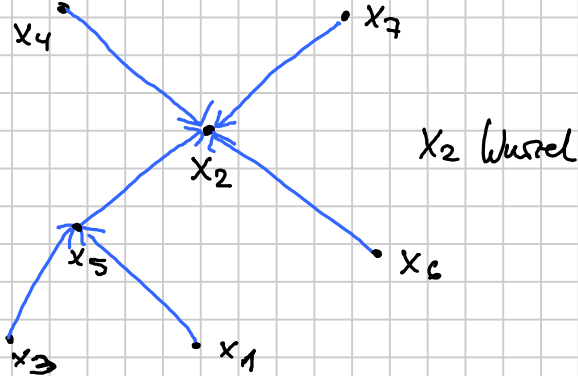
Ein Baum mit gerichteten Kanten (Digraph)

Ein Knoten kann als Wurzel identifiziert werden

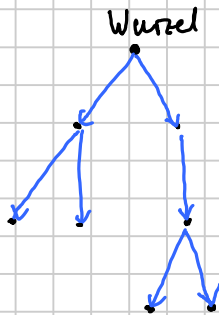
Out-Trees



In-Trees



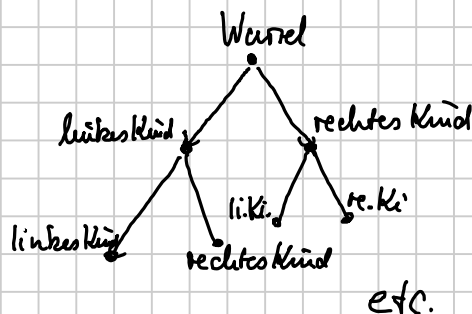
Def: Höhe eines Baumes



größte Länge eines Weges von der Wurzel zu einem Blatt:
Anzahl der durchlaufenen Kanten

Def: Binärbaum

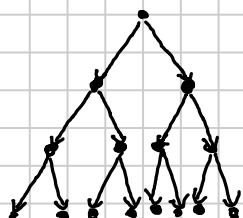
Ein Wurzelbaum, bei dem jeder Knoten höchstens zwei Nachfolger hat



etc.

Ein vollständiger Binärbaum besteht aus Knoten, die immer zwei Nachfolger haben

Bp:



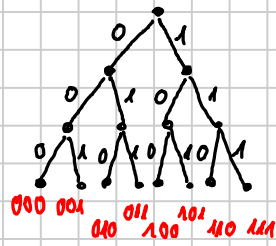
Höhe H : Anzahl der Knoten im längsten Weg
hier: 4

Anzahl der Knoten im Baum: $2^H - 1$

hier $2^4 - 1 = 15$

Bp. (aus der Aussagenlogik)

n logische Ausdrücke $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}$ mit Wahrheitswerten 0 oder 1



8 mögliche Belegungen bei 3 Aussagen mit den Wahrheitswerten 0 v 1

Wichtige Anwendung: Binäre Suchbäume in der Informatik
BST

Weitere wichtige Anwendung: Huffman - Codierung (D.A. Huffman 1952)

Präfix - Code : Kein Codewort ist Präfix eines anderen Codes

Bp. 0 10 11 Präfixcode
0 01 10 kein Präfixcode

Huffman - Code : Präfix - Code zur Verschlüsselung von Texten

Häufig vorkommende Buchstaben bekommen einen kürzeren Code

Darstellung des Codes mittels Wurzelbaum

Blätter : die zu codierenden Zeichen

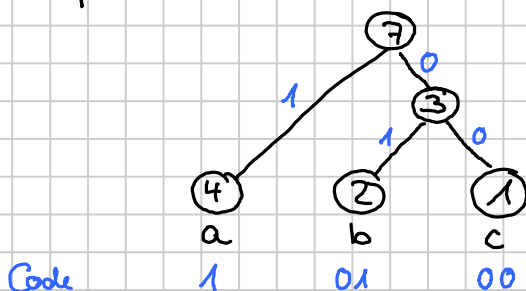
Pfad von Wurzel zum Blatt liefert den Code

Vorgehen : Ermitteln der Häufigkeiten der einzelnen Zeichen, die vorkommen

Jedes Zeichen $\rightarrow$ Blatt (Häufigkeit dazuschreiben!)

Bp: abacaba

a	b	c
4	2	1



Tipp: Sortieren der Häufigkeiten der Zeichen der Größe nach, mit dem kleinsten beginnen, dann wieder neu der Größe nach sortieren

Bp: MISSISSIPPI_IST_MISSISSIPPI

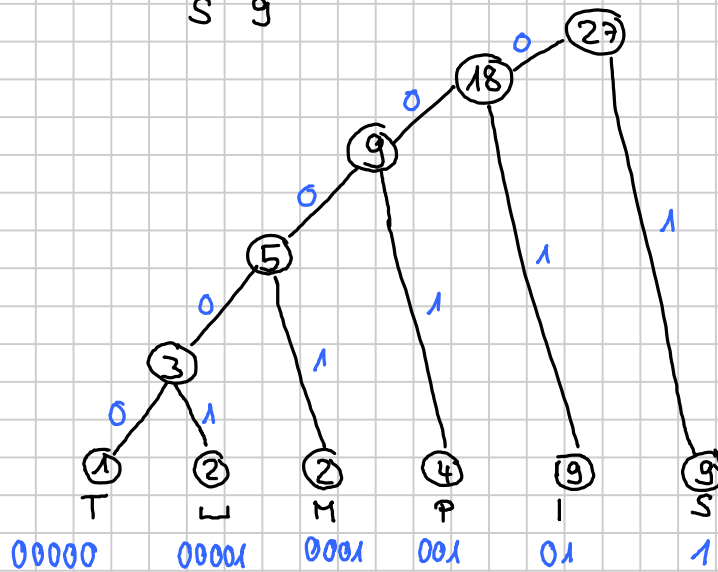
Häufigkeit

	M	I	S	P	_	T
	2	9	9	4	2	1

T	1
_	2
M	2
P	4
I	9
S	9

M	2
T, _	3
P	4
I	9
S	9

P	4
M, T, _	5
I	9
S	9



Unterschiedlich lange Codes

zu entschlüsseln: 00000010011
T I P S