

Letzte Vorlesung im SS 2018

18.7.2018

1) Integralrechnung

Klausur: Es steht ein Integral

↙
bestimmt

↘
unbestimmt

auf alle Fälle: Suche $F(x)$ mit $F'(x) = f(x)$

↓
 $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

↓
 $F(x) + C \quad C \in \mathbb{R}$

Berechnen: Integrationsregeln

Partielle Integration

$$\int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx$$

$$\int f g' = f g - \int f' g$$

$$f = x \quad f' = 1$$

$$g' = (x-2)^{-\frac{1}{2}} \quad g = 2(x-2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx &= 2x(x-2)^{\frac{1}{2}} - \int 1 \cdot 2(x-2)^{\frac{1}{2}} dx \\ &= 2x\sqrt{x-2} - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot (x-2)^{\frac{3}{2}} \\ &= 2x\sqrt{x-2} - \frac{4}{3} \sqrt{(x-2)^3} + C \end{aligned}$$

Integration durch Substitution

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

Substitution $u = \sqrt{x}$

$$u' = \frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot dx$$

$$2 \int e^u du$$

Bem: $2 \int e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

$$\rightarrow 2 \cdot e^u \stackrel{\text{Rücksubst.}}{=} 2 \cdot e^{\sqrt{x}} + C$$

2) Wahrscheinlichkeitsrechnung / Statistik

Statistik: Boxplot zur Visualisierung von Datenmengen

Kombinatorik

Wichtig: Binomialkoeffizient

$$\text{z.B. } \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!}$$

$$\text{Bp: 6 Richtige im Lotto: } \binom{49}{6} = 13\,983\,816$$

$$P(6 \text{ Richtige}) = \frac{1}{13\,983\,816} = 7,15 \cdot 10^{-8}$$

Was ist wahrscheinlicher? 6 Richtige im Lotto

oder eine Affe tippt auf 50 Tasten das Wort
affe?

$$p(\text{affe}) = \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{50} = \frac{1}{50^4} = 1,6 \cdot 10^{-7}$$

Wichtig

Binomialverteilung

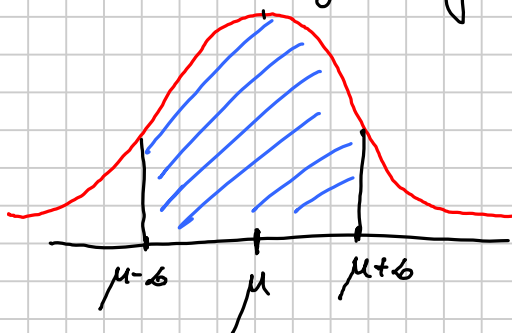
Probeklausur alternativ: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für
mehr als 4 Fehler oder 4 Fehler

$$P(X \leq 3) \text{ (Probekl.)}$$

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3)$$

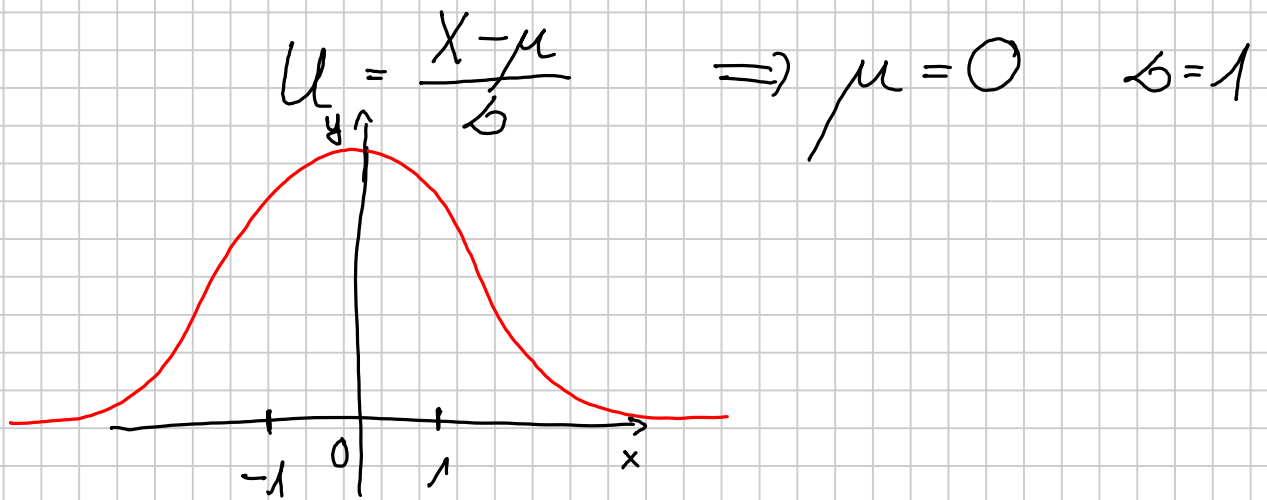
Gegenwahrscheinlichkeit

Normalverteilung (Gauß-Verteilung) stetige Verteilung



$$P(\mu - \sigma \leq \mu \leq \mu + \sigma)$$

Wichtig: Übergang zur Standardnormalverteilung



Bp: Verpackungsgewichte $\mu = 248 \text{ g}$
 $\sigma = 4 \text{ g}$

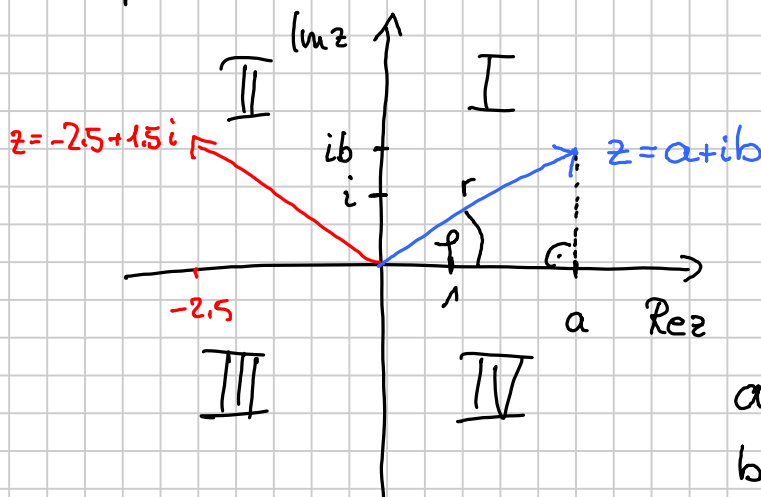
Frage: Wieviel Prozent treffen Sie zwischen 243 g und 253 g an?

$$\begin{aligned} P(245 \leq X \leq 255) &= \Phi\left(\frac{255 - 248}{4}\right) - \Phi\left(\frac{245 - 248}{4}\right) \\ &= \Phi(1.75) - \Phi(-0.75) \\ &= \Phi(1.75) - (1 - \Phi(0.75)) \end{aligned}$$

$\downarrow$ Tabelle $\downarrow$ Tabelle

$$\begin{aligned} &0.9599 - 1 + 0.7734 \\ &= 0.7333 \approx 73.33\% \end{aligned}$$

3) Die komplexen Zahlen $\mathbb{C}$

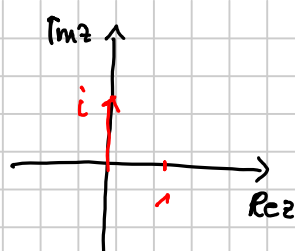


$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = r \cdot \cos \varphi$$

$$b = r \cdot \sin \varphi$$

Wie lautet die Exponentialform von i ?



$$z = 0 + 1 \cdot i = i$$

$$|i| = 1$$

$$\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

Multiplikation, Division, Potenzen, Wurzelziehen immer
in der Exponentialform

Wurzeln: Berechnen für: $i^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{i}$

$$z = i = 0 + 1 \cdot i \quad |z| = r = 1$$

$$\varphi = 90^\circ$$

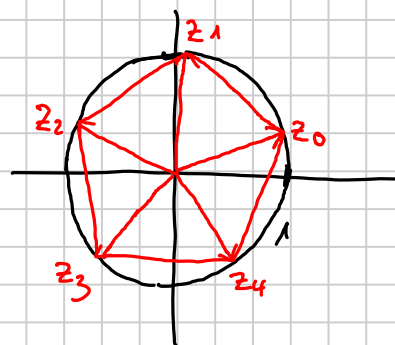
$$z_0 = \sqrt[5]{1} \cdot e^{i \frac{90^\circ + \overset{2\pi}{360^\circ} \cdot 0}{5}}$$

$$z_1 = \sqrt[5]{1} \cdot e^{i \frac{90^\circ + 360^\circ \cdot 1}{5}}$$

$$z_2 = \sqrt[5]{1} \cdot \vdots$$

$$z_3 = \sqrt[5]{1} \cdot \vdots$$

$$z_4 = \sqrt[5]{1} \cdot \vdots$$



4) Mehrdimensionale Analysis

Wichtig: Partielle Ableitungen

Totale Differential

Extremwerte

Extremwerte mit NB: Lagrange

$$f(x, y) = 5 - x^2 - \frac{1}{2}y^2$$

$$g(x, y) = x + y - 2 = 0$$

$$L(x, y, \lambda) = 5 - x^2 - \frac{1}{2}y^2 + \lambda(x + y - 2)$$