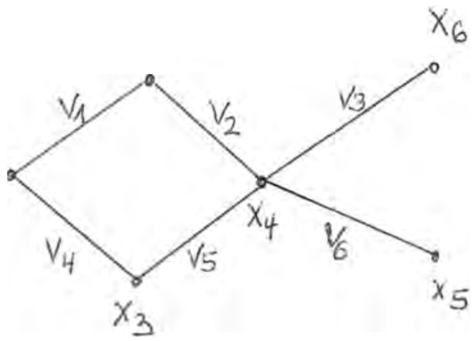
Aufgabe 1

Ein Graph kann entweder durch eine Abbildung, die jeder Kante ihre Eckpunkte zuordnet, oder durch einen gezeichneten Graphen oder durch eine Adjazenzmatrix definiert werden. Ergänzen Sie in den folgenden Darstellungen jeweils die beiden äquivalenten Darstellungen.

a)



b) $V=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$ $K=\{v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6,v_7,v_8\}$

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
$\varphi(k)$	$\{x_1,x_2\}$	$\{x_2,x_3\}$	$\{x_1,x_3\}$	$\{x_1,x_5\}$	$\{x_2,x_6\}$	$\{x_3,x_4\}$	$\{x_5,x_6\}$	$\{x_4,x_5\}$

c)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	1	1	0	1
x_2	1	0	1	1	0
x_3	1	1	0	1	0
x_4	0	1	1	0	1
X_5	1	0	0	1	0

Aufgabe 2

Zeichnen Sie je einen vollständigen Graphen mit 3, 4, 5 und 6 Knoten!

Aufgabe 3

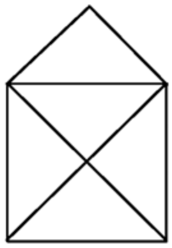
Zeichnen Sie einen Graphen mit 4 Knoten x_1, x_2, x_3, x_4 und den Kontengraden
$d(x_1) = 3$, $d(x_2) = 2$, $d(x_3) = 2$, $d(x_4) = 1$

Aufgabe 4

Acht Personen vereinbaren, dass jede von ihnen mit genau drei der übrigen telefoniert. Ist das möglich? Wie sieht der Graph dazu aus? Bei welchen Zahlenkombinationen (Anzahl der Personen, Anzahl der Telefonpartner) ist dies allgemein möglich bzw. nicht möglich?

Aufgabe 5

a) Als Einleitung jeder Vorlesung mit dem Thema Graphentheorie wird das Königsberger Brückenproblem erläutert (s. Vorlesung). Dieses Problem wird häufig als Beginn der Graphentheorie bezeichnet. Zeichnen Sie sich noch einmal den Graphen auf, der zu diesem Brückenproblem gehört und überlegen Sie, wie man es, durch richtiges Hinzufügen von weiteren Brücken lösen kann!
b) Das Spiel „Haus vom Nikolaus" besteht darin, unten stehende Figur ohne abzusetzen zu zeichnen. Das ist auch eine Art Brückenproblem, warum? Wo müssen Sie mit dem Stift ansetzen, damit das auch gelingt und warum gelingt das?



Aufgabe 6

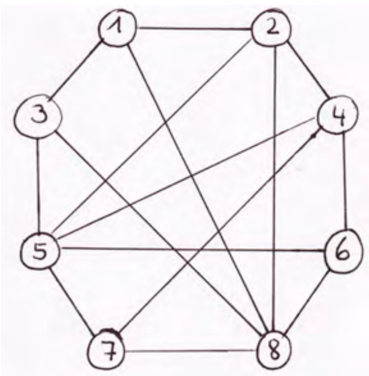
a) Folgender Graph ist durch seine Inzidenzmatrix gegeben! Zeichnen Sie ihn.

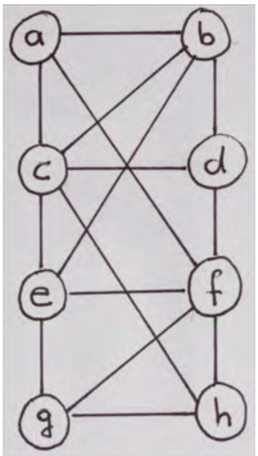
	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
x_1	1	-1	1	0	0
x_2	-1	1	0	1	-1
x_3	0	0	-1	-1	0
x_4	0	0	0	0	1

b)Beschreiben Sie diesen Graphen nach Definition: Knotenmenge M, Kantenmenge K,
v sei die Abbildung, die jeder Kante aus K zwei Knoten aus M zuordnet
c) Ist der Graph zusammenhängend? Ist der Graph vollständig?
d) Geben Sie einen Eulerweg in diesem Graphen an.
e) Geben Sie eine Hamiltonsche Linie in diesem Graphen an.

Aufgabe 7

Sind die beiden folgenden Graphen **isomorph**? Wenn ja, geben Sie die zugehörige bijektive Abbildung (Isomorphismus) an und begründen Sie Ihr Vorgehen.



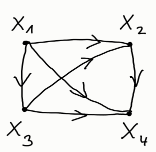


Aufgabe 8

a) Stellen Sie folgenden arithmetischen Ausdruck durch einen **Binärbaum** dar. Die Operatoren seien die Knoten, die Operanden die Teilbäume und die Variablen und Konstanten die Endknoten. Bei der Konstruktion achte man auf Regeln zur Klammerersparnis: $\dfrac{x \cdot y + u \cdot v - 2 \cdot s \cdot t}{x \cdot z - (u + v)}$

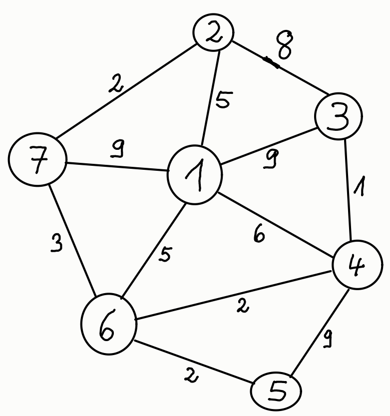
Aufgabe 9

Bestimmen Sie in folgendem Graphen jeweils die Anzahl der Wege der Länge 1,2 und 3. Gibt es Wege der Länge 4? Versuchen Sie noch einmal zu erklären, warum die Potenzen der Adjazenzmatrix des Graphen die Wege der entsprechenenden Länge repräsentieren?



Aufgabe 10

Gegeben ist ein Streckennetz mit Zentrum 1 mit z.B. Kosten als Kantenbewertung! Gesucht ist ein minimal spanndender Baum. (Kruskal).
Geben Sie die minimalen Gesamtkosten an.



Aufgabe 11

b) Konstruieren Sie den **Huffman-Baum** für folgenden Satz:
FISCHERS FRITZ FISCHT FRISCHE FISCHE

Wie lautet der Code für das F, wie für das I ?