Mathematik 2 – Übungsblatt 9 SS 18   Prof.Dr.W. Konen, Dr. A.Schmitter

Bereiten Sie die Aufgaben parallel zu den in der Vorlesung besprochenen Themen für die nächsten Übungsstunden jeweils vor!

Aufgabe 1

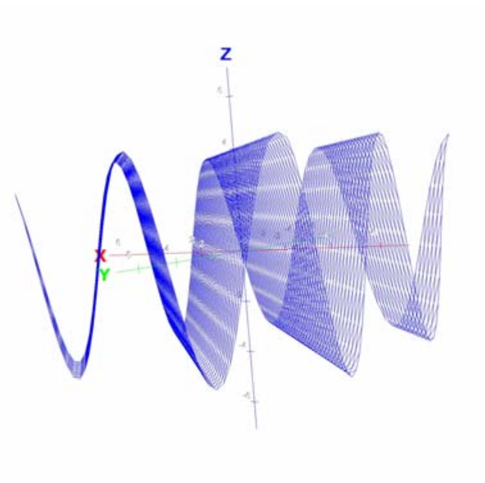
Gegeben sei   a) $f(x,y) = x^2 - y + 2$ b) $f(x,y) = y-x$

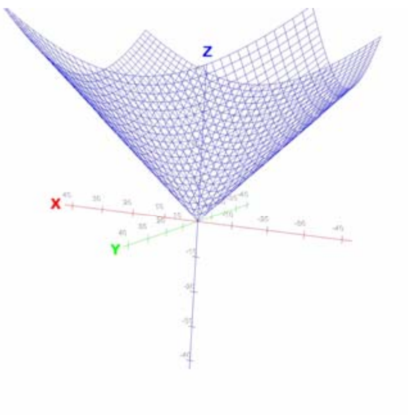
Zeichnen Sie für diese Funktionen das *Höhenliniendiagramm* und die *Schnittkurvendiagramme* (Schnittebenen parallel zur x,z-Ebene bzw. y,z-Ebene) für z_0 bzw. y_0 bzw. $x_0 = -1,0$ und 1

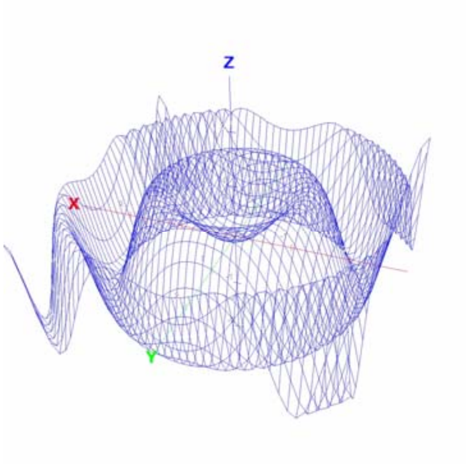
Beschreiben Sie dann die durch f dargestellte Fläche im dreidimensionalen Raum.

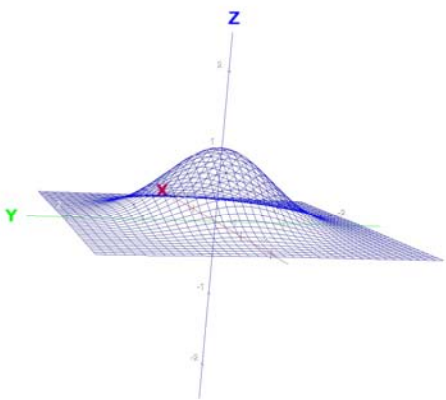
Aufgabe 2

Nachfolgend sind drei graphische Darstellungen von 3D-Funktionen zu sehen. Überlegen Sie sich zu jeder einzelnen, wie die Funktionsgleichung aussehen könnte. Betrachten Sie dazu den Funktionswert an der Stelle (x,y)=(0,0), dann betrachten Sie, wie die Funktionswerte für sehr große x und y aussehen. Schwanken die Funktionswerte? Aus der Kenntnis über Eigenschaften von Funktionen mit einer unabhängigen Variablen, sollten Sie zumindest sagen können, welche Funktionen eventuell in die Gleichung eingehen. Es wird nicht erwartet, dass Sie exakt die jeweilige Funktionsgleichung angeben, sondern nur etwas über die etwaige Gleichung aussagen.









Aufgabe 3

Bestimmen Sie die *partiellen Ableitungen 1.Ordnung* von folgenden Funktionen:

a) $f(x,y) = x^3y - xy^2 - 2(x-2y)+1$ **b)** $f(x,y)=\cos(x+y)\cos(x-y)$

c) $f(x,y,z) = x(y+2z-6)+y(1-z)$

Aufgabe 4

Berechnen Sie den Gradienten von nachfolgenden Funktionen:

a) $f(x,y) = \dfrac{x}{3y-2x}$ b) $f(x,y,z) = \dfrac{y}{x}+\dfrac{z}{y}+\dfrac{x}{z}$

c) $f(x,y,\varphi) = \sqrt{x^2+y^2-2xy\cos\varphi}$

Aufgabe 5

Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen 1. Ordnung von

a) $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma x_4^\delta e^{x_1+x_2+x_3+x_4}$

b) $f(x_1,x_2,\ldots,x_i,\ldots,x_n) = \sum\limits_{i=1}^{n-1} a_i x_i^2 x_{i+1}^3$

Aufgabe 6

Berechnen Sie mit Hilfe des totalen Differenzials die angenäherte Funktionswertänderung für die Funktion f(x,y,z), wenn die Argumente $x_0=y_0=z_0=100$ jeweils um 2% erhöht werden.

$$f(x,y,z) = \frac{(x+y)(x+z)^2}{(y+z)^3}$$

Aufgabe 7

Berechnen Sie mit Hilfe des totalen Differenzials die angenäherte Funktionswertänderung für die Funktion f(x,y), wenn die Argumente $x_0=10, y_0=20$ jeweils um 3% erhöht werden.

$$f(x,y) = \sqrt{x(x+y)}$$

Aufgabe 8

Bestimmen Sie von folgenden Funktionen die angegebenen partiellen Ableitungen höherer Ordnung:

a) $z = f(x,y) = x^3 + 2xy^2 - 5xy^3 + y^4 \quad z_{xx}, z_{xy}, z_{yxy}$

b) $z = f(x,y) = 4y(\ln x)^2 \quad z_{xyx}, z_{xyy}, z_{xxyy}$

Aufgabe 9

Wie lautet die Gleichung der Tangentialebene der Funktion

$$z = f(x,y) = x^2 \cdot e^{xy}$$

im Punkt $P_0(1;0;1)$?

Aufgabe 10

In welchem Punkt ist die Tangentialebene der Fläche $z = 4 - x^2 - y^2$ parallel zur x-y-Ebene ?

Aufgabe 11

Bestimmen Sie die Extremwerte folgender Funktionen:

a) f (x,y) = $f(x,y) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3 - xy + x - y - 1$

b) $f(x,y) = 3\ln(x) - xy^2 + 2(y - x)$

Weisen Sie nach, ob es sich um ein Maximum oder um ein Minimum handelt oder ob diese Eigenschaft nicht zutrifft.

Aufgabe 12

Untersuchen Sie, für welche Werte des Parameters a die folgende Funktion Minima

und für welche Werte sie Maxima besitzt:

$$f(x,y) = -x^3 + 6axy - y^3 \quad (a \neq 0)$$

Aufgabe 13

Bestimmen Sie mit Hilfe der *Methode von Lagrange* die Kandidaten für die relativen Extremwerte folgender Funktion:

$$f(x,y,z) = x^2 + 3y^2 + 2z^2$$

unter den Nebenbedingungen

$x + 3y = 30$ und $y + 2z = 20$

Aufgabe 14

Berechnen Sie mit Hilfe der *Methode von Lagrange* für folgende Funktion f unter der Nebenbedingung g die Extremwerte und überprüfen Sie mit den in der Vorlesung vorgestellten hinreichenden Kriterien, welche Art von Extremwert vorliegt.

$$f(x_1,x_2,x_3) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3}$$

$$g(x_1,x_2,x_3) = x_1 + x_2 + x_3 - 3a = 0$$