

V MA2 - 8.4.2019

Mi 10.4. 11⁰⁰ Einf MA2-Prak
Pflicht

Mo 8.4. Ü 13⁰⁰ Samineh Bagheri

nach V 10.4 ist nächste V 29.4 !

Wiederholung

Kombinatorik

ZmZ, ZmZ

Urnenexperiment

Binomialkoeff

Variation
Kombination
Permutation

Boxplot, Kennzahlen

Grundregeln der Kombinatorik

Summenregel

Produktregel

Laplacescher Spezialfall

(aus Anzahlen werden Wahrsch.)

Anwendungsbeispiel Binomischer Satz:

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b) \cdot (a+b) \cdot \dots \cdot (a+b)}_{n\text{-mal}}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \quad \text{Terme} \\ = 2^n$$

Bsp

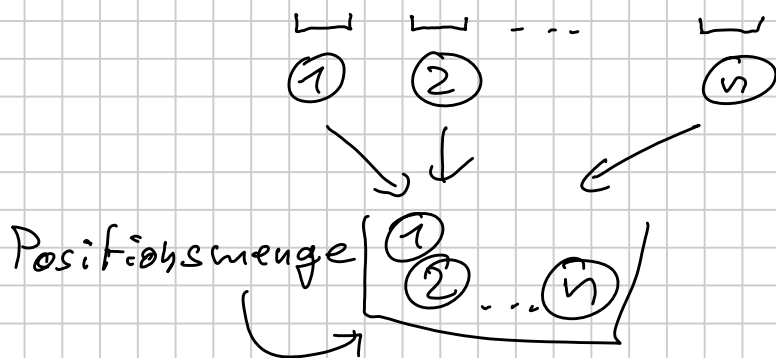
$$(a+b)^2 = a a a + a a b + a b a + b a a + \dots$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{3 a a b = 3 b a^2}$

Wieviele "Worte" gibt es mit k -mal a und $(n-k)$ -mal b ?

Bilde ein Wort der Länge n ,

(*) platziere k a 's an Stellen $1, \dots, n$
fülle den Rest mit b 's auf



(*) zu lösen
ist äquivalent mit
Ziehen oZ aus
der Positionsmenge,

Reihenfolge egal

$\Rightarrow$ Formel $\binom{n}{k}$

Es gibt $\binom{n}{k}$ Möglichkeiten k a 's zu platzieren (und genau 1 Mögl. mit $(n-k)$ b 's aufzufüllen)

$$\Rightarrow (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

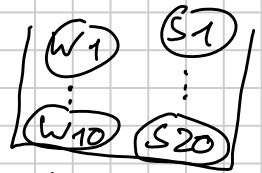
Bsp Urnen (s. Skript)

$n=30, k=4$, Kombination, ZZZ

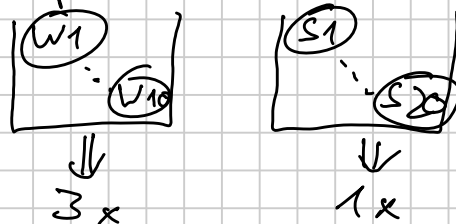
Laplacescher Spezialfall

alle Fälle: $\binom{30}{4}$

günstige Fälle (3 W, 1 S):



Hilfsurnen



$$\binom{10}{3} \cdot \binom{20}{1} = \# \text{ günstigen Fälle}$$

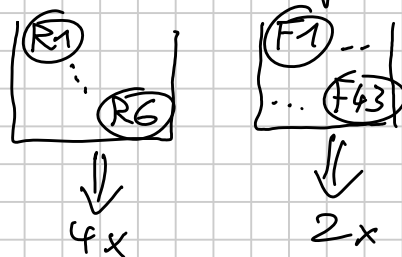
↑ Produktregel

$$P(R) = \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{20}{1}}{\binom{30}{4}} = \frac{\left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 20 \right)}{\left(\frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)} = 8.757\%$$

Ü3 b)

Um $\#$ (4 Richtige) zu ermitteln

$\Rightarrow$ Hilfsurnen



günstige Fälle

alle Fälle

$$\frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}}$$

ZZZ, Kombi

Laplace

$$\downarrow \\ = P(4\text{-Richtige}) \\ = 0.000968$$

$$\equiv 1/1000$$

Ü4 Länge $n=5$

- (1) platziere 2 a's an den Stellen 1, ..., 5
- (2) fülle den Rest mit b's oder c's auf

Zu (1) Ziehen aus Positionsmenge $\begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ \dots & \textcircled{5} \end{matrix} \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 $\Rightarrow \binom{5}{2}$ Kombi

Zu (2) es verbleiben 3 Plätze, mit b oder c füllen $\Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ Möglichk.

Insgesamt: $\binom{5}{2} \cdot 2^3 = 10 \cdot 8 = \underline{\underline{80}}$ solche Wörter

10 { $\begin{matrix} aa*** \\ a**a** \\ a***a* \\ \vdots \\ ***aa \end{matrix}$ $* = b \text{ oder } c$

Ü5

$n=3$ Kandidaten

$k=60$ Wähler

Anzahl Wahlausgänge $\binom{n+k-1}{k} = \binom{62}{60}$
 $= \underline{\underline{1891}} = \frac{62 \cdot 61}{2}$

Zufallsvariable

Bsp Augensumme zweier Würfel

x_m	ω	p_m $P(X=x_m)$	$F(x_m)$ $P(X \leq x_m)$
2	(1,1)	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
3	(1,2), (2,1)	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$
4	(1,3), (2,2), (3,1)	$\frac{3}{36}$	$\frac{6}{36}$
5	4 Fälle	$\frac{4}{36}$	$\frac{10}{36}$
$\vdots$	$\vdots$		
12	(6,6)	$\frac{1}{36}$	1

$\leftarrow$ gilt immer

Ü1

Y = Gewinn

y_m	p_m
20	$\frac{1}{36}$
5	$\frac{2}{36}$
0	$\frac{33}{36}$

$\Rightarrow E(Y) = 20 \cdot \frac{1}{36} + 5 \cdot \frac{2}{36} + \frac{33}{36} \cdot 0$
 $= \frac{30}{36} = \frac{5}{6} < 1 [€]$

X = Gewinn - Einsatz

x_m	p_m
19	$\frac{1}{36}$
4	$\frac{2}{36}$
-1	$\frac{33}{36}$

$\Rightarrow E(X) = 19 \cdot \frac{1}{36} + 4 \cdot \frac{2}{36} - 1 \cdot \frac{33}{36}$
 $= -\frac{1}{6} < 0$