V MA2 – 29.4.2019

Klausur

Klausureinsicht ab Mi, 08.05
in meiner Sprechstunde

$\longrightarrow$ mehr Ü besuchen
+ aktiv sein $\Rightarrow$ Ü-Punkte

DF-Quote	MA 1	42 %	(leider)
	MA 2	62 %	(")

Motivation Wahrscheinlichkeitsdichte

Woran erinnert $F(b) - F(a)$?

Integral, Stammfkt

$$I = \int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$$, F: Stammfkt zu f

Integral: Fläche unter Kurve

$I = F(b) - F(a) = P(a \le X < b)$

Welches f? Eine Funktion die F als Stammfunktion hat

Wir nennen $f(t) = w(t)$ die Wahrscheinl.-dichte oder Dichtefunktion

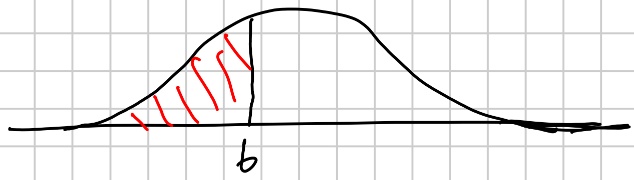
Wichtiges Hilfsmittel:

$\boxed{\text{Wahrsch. für stetiges } X \text{ als Flächen unter Kurve } w(t) \text{ visualisieren}}$

Bsp:

$$P(a < X \le b) = \int_a^b w(t)\,dt = F(b) - F(a)$$

Spezialfall $a = -\infty$



$$P(-\infty < X \le b) = P(X \le b) = \int_{-\infty}^{b} w(t)\,dt = F(b) \underbrace{- F(-\infty)}_{0}$$

Spezialfall $a = -\infty$ und $b = +\infty$

$$P(-\infty < X < \infty) = \boxed{\int_{-\infty}^{\infty} w(t)\,dt = 1}$$

$$= F(+\infty) - F(-\infty)$$

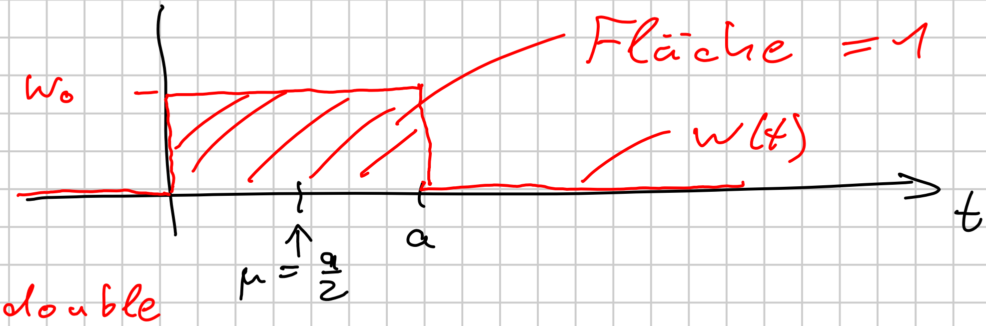
$$= 1 - 0 = \underline{\underline{1}}$$

$w(t)$ selber ist <u>keine</u> Wahrsch

Aber $w(t)\,dt$ ist $P(t < X < t+dt)$
also die Wahrsch., dass X zw. t und $t+dt$ liegt

Bsp für stetige Verteilung

Der einfachste Fall ist die Gleichverteilung



double rnd() : gleichverteilte Zufallswerte $\in [0,1]$

Wie groß ist w_0 ?

$$\text{Fläche} = w_0 \cdot a \overset{!}{=} 1 \Rightarrow w_0 = \frac{1}{a}$$

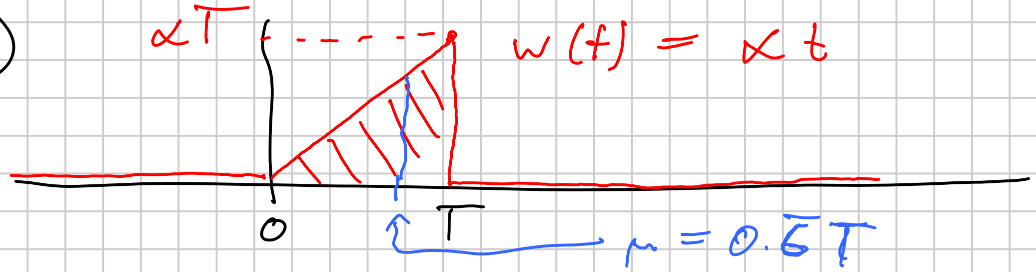
$$w(t) = \begin{cases} 0 & \text{f } t < 0 \\ \frac{1}{a} & \text{f } 0 \le t \le a \\ 0 & \text{f. } a < t \end{cases}$$

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} t\, w(t)\, dt = \int_0^a t \cdot \frac{1}{a}\, dt = \frac{1}{a}\frac{1}{2}t^2\Big|_0^a = \underline{\underline{\frac{a}{2}}}$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t-\mu)^2 w(t)\, dt = \int_0^a \left(t - \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{1}{a}\, dt$$

$$= \ldots = \underline{\underline{\frac{a^2}{12}}} \qquad \sigma = \frac{a}{\sqrt{12}}$$

Ü



a) Wie groß ist α ?

$$\text{Fläche (rechtwinkl. Dreieck)} = \frac{T \cdot \alpha T}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha T^2}{2} = 1 \Rightarrow \underline{\alpha = \frac{2}{T^2}}$$

b) $\mu = E(X) = \int_0^T t \cdot \alpha t \, dt = \frac{2}{T^2} \int t^2 \, dt = \frac{2}{T^2} \frac{1}{3} t^3 \Big|_0^T$

$= \frac{2}{T^2} \frac{1}{3} T^3 = \frac{2}{3} T = 0.\overline{6} \; T$

Ü Binomial / Hypergeom

$N = 60$ Kugeln, 6 weiße, $n = 2$ ziehen

Gesucht $P(\text{"weiß, weiß"})$

---

1) Binomial $\qquad \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

2) Hypergeom $\qquad \dfrac{\binom{S}{k}\binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}}$

1) n = Länge Bernoullikette
= Stichprobengröß $= 2$

k = "Anzahl der A's $\hat{=}$ weiß $= 2$

$p = \frac{6}{60} = 0.1$

$P(X=2) = \binom{2}{2} p^2 (1-p)^0 = 0.1^2 = 1\%$

2) $N = 60$, $S = 6$ = Anz weiße

$n = 2$, $k = 2$ wie oben

$P(X=2) = \dfrac{\binom{6}{2}\binom{54}{0}}{\binom{60}{2}} = 0.847\%$