

[V MA] - 27.05.2019

Wofür Exponentialform nützlich?

a) für's Potenzieren z^n

b) für's Wurzelziehen $z^{1/n} = \sqrt[n]{z}$

zu a) $z^{20} = (x+iy)^{20}$ geht zwar aber sehr umständlich

$(r \cdot e^{i\varphi})^{20} = r^{20} e^{i\varphi \cdot 20}$ sehr einfach, genau eine Lsg

zu b) $z^{1/n} = (x+iy)^{1/n}$ geht gar nicht

$(r e^{i\varphi})^{1/n}$ geht, s. Skript $\rightarrow n$ Lösungen

Weitere Übung

$$z = (e^{i\pi/3})^{3/4}$$

$$= (e^{i\pi})^{1/4} = (e^{i(\pi + 2k\pi)})^{1/4}$$

$$= e^{i(\frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{4})}$$

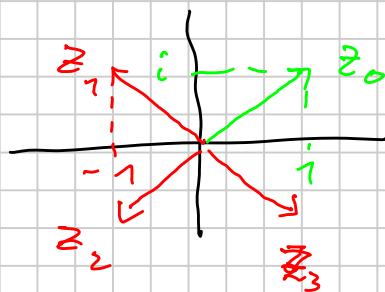
$$k = 0, 1, 2, 3$$

$$\begin{aligned} z_0 &= e^{i\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + i) \end{aligned}$$

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1 + i)$$

$$z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1 - i)$$

$$z_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - i)$$



Lsg 2:

$$\text{Speziell: } \left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} = e^{i\frac{\pi}{4}} = e^{i \cdot 45^\circ} = z_0$$

Allgemein: " + $k \cdot 90^\circ$ " , $k = 0, 1, 2, 3$

$$z_1 = e^{i(45^\circ + 90^\circ)}$$

$$z_2 = e^{i(45^\circ + 180^\circ)}$$

$$z_3 = e^{i(45^\circ + 270^\circ)}$$

Ü quadratische Ergänzung

$$z^2 - (4 - 2i)z + (5 - 4i) = 0$$

$$z^2 - \underbrace{(4 - 2i)}_p z = -(5 - 4i)$$

$$z^2 - (4 - 2i)z + \left(\frac{4 - 2i}{2}\right)^2 = \left(\frac{4 - 2i}{2}\right)^2 - 5 + 4i$$

$$(z - (2 - i))^2 = (2 - i)^2 - 5 + 4i$$

$$= 4 - \cancel{4i} + i^2 - 5 + \cancel{4i}$$

$$= -2$$

$$\Rightarrow (z - (2 - i)) = \pm i\sqrt{2}$$

$$z_{1,2} = \underline{\underline{2 - i \pm i\sqrt{2}}}$$

Differentialgleichungen

$$F = ma = m(-g)$$

a = Beschleunigung

$$a(t) = \text{Änderung Geschwindigkeit } v(t) \\ = v'(t)$$

$$v(t) = \text{Änderung des Ortes } s(t) \\ = s'(t)$$

$$\Rightarrow a(t) = s''(t)$$

Eingesetzt

$$F = ma(t) = m s''(t) = m(-g) \\ \Rightarrow \boxed{s''(t) = -g}$$

Ü DGL - Typisierung
(Ordnung, Homogenität, linear, konst. Koeff.)

a) $y'(x) = -2x$ 1. Ordnung, linear, inhomogen mit konst. Koeff.

b) $x + \underline{y(x) \cdot y'(x)}$ 1. Ordnung, nicht linear

c) $s''(t) = \underline{g}$ 2. Ordnung, linear, inhomogen mit konst. Koeff.

d) $y''(x) + y(x) = 0$ 2. Ordnung, linear, homogen konst. Koeff.

e) $2y'' - \underline{4}y' + \underline{20}y = \underline{\cos(2x)}$ 2. Ordnung, linear, inhomogen konst. Koeff.

Lösung einfacher DGL

Bsp. freier Fall $s''(t) = -g$

Lösung durch Integration

1. Integration $\int s''(t) dt = \int (-g) dt$

$$s'(t) = -gt + C_1$$

2. Integration $\int s'(t) dt = \int (-gt + C_1) dt$

$$s(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + C_1t + C_2$$

Was ist C_1, C_2

C_1 = Anfangsgeschwindigkeit

C_2 = Anfangsort

$$s'(0) = C_1$$

$$s(0) = C_2$$