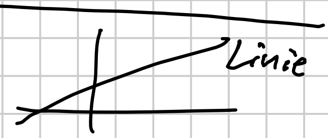
LV MA2 – 29.5.2019

Orga

Sprechstunde 29.05 verschieb sich auf $15^{00} - 15^{45}$

ab Mo, 3.6. übernimmt Ane Schmitter V + Ü

Lineare Gleichung $\qquad y(x) = mx + b$



↑ linear in x

Nichtlineare Gl $\qquad y(x) = mx^2$

oder $= \ln(x)$

oder $\sin(x)$

....

Linear DGL $\qquad y'(x) = m(x) \underbrace{y(x)} + b$

linear in $y(x)$

$$y''(x) = p(x) \underbrace{y'(x)} + q(x) \underbrace{y(x)} + b$$

linear in y' und y

Nicht lineare DGL $\qquad y''(x) = p(x) [y'(x)]^2$

oder $= m(x)\, y(x) \cdot y'(x)$

oder $= \sin(y'(x))$

....

Lineare DGL mit konst. Koeffizienten

$$y''(x) = p\, y'(x) + q\, y(x) + b$$

konstante Zahlen

Ü $s''(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}$

a) Ordnung?, homogen?, linear?

2. Ordn., inhomogen, linear, mit konst. Koeff.

b) allg. Lsg $s(t)$

c) spez. Lsg f. $s'(1) = 2$, $s(1) = 2$

zu b) N.R. Was ist Stammfkt zu $\frac{1}{2\sqrt{t}}$? Es ist $\sqrt{t}$

$\frac{1}{2\sqrt{t}} = \frac{1}{2}(t)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} 2 t^{\frac{1}{2}} = t^{\frac{1}{2}} = \sqrt{t}$

$s'(t) = \int \frac{1}{2\sqrt{t}}\, dt = \sqrt{t} + C_1$

$s(t) = \int (\sqrt{t} + C_1)\, dt = \underline{\underline{\frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + C_1 t + C_2}}$ allg. Lsg.

zu c) $s'(1) = \sqrt{1} + C_1 = 2 \Rightarrow C_1 = 2 - \sqrt{1} = \underline{1}$

$s(1) = \frac{2}{3} 1^{\frac{3}{2}} + 1 \cdot 1 + C_2 = 2$

$\Rightarrow C_2 = 2 - 1 - \frac{2}{3} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$

$\Rightarrow \boxed{s(t) = \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + t + \frac{1}{3}}$ spez. Lsg

Homogene lineare DGL mit konst. Koeff.

DGL	Antwort	
$x''(t) = x(t)$	$x(t) = e^{t}$ oder $x(t) = e^{-t}$	$x(t) = 0$
$x''(t) = a x(t)$	$x(t) = e^{\sqrt{a}t}$ oder $x(t) = e^{-\sqrt{a}t}$	
$x''(t) = -x(t)$	$x(t) = e^{it}$ oder $x(t) = e^{-it}$	$x(t) = \sin t$ $= \cos t$
$x''(t) = -a x(t)$		

N.R

$$(e^{it})' = i e^{it}$$
$$(e^{it})'' = i^2 e^{it} = -e^{it}$$

N.R

$$(e^{-t})' = -e^{-t}$$
$$(e^{-t})'' = (-1)^2 e^{-t} = e^{-t}$$

<u>Beispiel</u> $x''(t) + 4x(t) = 0$ Ansatz $x(t) = e^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \lambda^2 e^{\lambda t} + 4 e^{\lambda t} = 0$$

$$(\lambda^2 + 4) \underbrace{e^{\lambda t}}_{\neq 0}$$

$$\Rightarrow (\lambda^2 + 4) = 0$$
$$\lambda^2 = -4$$
$$\lambda_{1,2} = \pm 2i$$

$\Rightarrow$ $x_1(t) = e^{2it}$ und $x_2(t) = e^{-2it}$ sind Lsg

S12-3, Nr 2 $\Rightarrow$ $c_1 e^{2it} + c_2 e^{-2it}$ ist auch Lsg (Superpositionsprinzip), $c_1, c_2 \in \mathbb{C}$

Ü DGL $x''(t) + 4x'(t) + 404x(t)$ lösen

Lsg $x(t) = e^{\lambda t}$, $x'(t) = \lambda e^{\lambda t}$ einsetzen
$x''(t) = \lambda^2 e^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \lambda^2 e^{\lambda t} + 4\lambda e^{\lambda t} + 404 e^{\lambda t} = 0 \quad | : e^{\lambda t}$$

$$(\lambda^2 + 4\lambda + 404) = 0$$

$$\lambda^2 + 4\lambda + 2^2 = 2^2 - 404$$

$$(\lambda + 2)^2 = -400$$

$$\lambda_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-400}$$

$$= -2 \pm 20i$$

$\Rightarrow$ $x_1(t) = e^{-2t} e^{20it}$ ist Lsg
$x_2(t) = e^{-2t} e^{-20it}$ " "

$$\frac{1}{2} x_1(t) = \frac{1}{2} e^{-2t} e^{20it}$$
$$\frac{1}{2} x_2(t) = \frac{1}{2} e^{-2t} e^{-20it} \quad | \oplus$$

$$= e^{-2t} \frac{1}{2}(e^{20it} + e^{-20it})$$

Eulersche Formel
$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$

$$= e^{-2t} \frac{1}{2}(\cos 20t + \cancel{i\sin 20t} + \underbrace{\cos(-20t)}_{\cos(20t)} + \cancel{i\sin(-20t)})$$

$$= e^{-2t} \frac{1}{2} 2 \cos 20t$$

$$= \underline{e^{-2t} \cos(20t)}$$

Ü $x''(t) - 9x(t) = 0$, $x'(0) = 1$, $x(0) = 0$

Lsg $\underline{x(t) = \frac{1}{6} e^{3t} - \frac{1}{6} e^{-3t}}$