

Zufallsvariablen X

- nächster Wert ist nicht bekannt $\rightarrow$ Zufall
- bestimmte Werte x_m treten mit Wahrsch. p_m auf
- Erwartungswert $E[X] = \sum_m x_m p_m$
gibt den mittleren oder zu erwartenden Wert an

- Bsp Würfel

1 2 3 4 5 6

$\uparrow$
 $E[X] = 3.5$

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum x_m p_m = (1+2+\dots+5+6) \cdot \frac{1}{6} \\ &= 21 \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{2} = \underline{\underline{3.5}} \end{aligned}$$

- Dies sind diskrete Zufallsvariablen
(endlich viele Werte für x_m)
oder unendlich-abzählbar

Bsp Zufallsvariablen

1) "Augensumme zweier Würfel"

Wert x_m von X	ω mit $X(\omega) = x_m$	$p_m =$ $P(X = x_m)$	$F(x_m)$ $P(X \leq x_m)$
2	(1,1)	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
3	(1,2), (2,1)	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$
4	(1,3), (2,2), (3,1)	$\frac{3}{36}$	$\frac{6}{36}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
7	-	$\frac{6}{36}$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
12	(6,6)	$\frac{1}{36}$	$\frac{36}{36} = \underline{\underline{1}}$

$$\sum_m x_m p_m = 7$$

2) Bsp Urne: "Zurück aus Urne mit 99 schwarzen und 1 weißen Kugel"

Ziehung: "S" : $p_m = 99\%$
 "W" : $p_m = 1\%$

X=1 für "S"
 X=0 für "W"

Wie wahrsch ist es, eine "S" zu ziehen?

Antwort 99%

Wie wahrsch ist es, dreimal "S" zu ziehen?

Produktregel

$$99\% \cdot 99\% \cdot 99\% = (0.99)^3$$

Ü1

$X = \text{Gewinn}$	$Y = \text{Gew-Einsatz}$	p_m	
<u>20 €</u>	19 €	<u>$\frac{1}{36}$</u>	(6,6)
<u>5 €</u>	6 €	<u>$\frac{2}{36}$</u>	(5,6), (6,5)
<u>0 €</u>	-1 €	<u>$\frac{33}{36}$</u>	der Rest
		<u>1</u>	

$$E(X) = 20 \cdot \frac{1}{36} + 5 \cdot \frac{2}{36} + 0 \cdot \frac{33}{36}$$

$$= \frac{30}{36} = \frac{5}{6} < 1 \text{ €} \Rightarrow \text{nicht spielen}$$

$$E(Y) = 19 \cdot \frac{1}{36} + 4 \cdot \frac{2}{36} - 1 \cdot \frac{33}{36}$$

$$= -\frac{6}{36} = -\frac{1}{6} < 0 \text{ €} \Rightarrow \text{nicht spielen}$$

Ü2 $Y = \text{Gewinn} - \text{Einsatz}$

d	Y	ω	p_ω
5	28 €	(6,1), (1,6)	$\frac{2}{36}$
4	8 €	(6,2), (2,6), (5,1), (1,5)	$\frac{4}{36}$
≤ 4	-2 €	der Rest	$\frac{30}{36}$

$$E(Y) = 28 \cdot \frac{2}{36} + 8 \cdot \frac{4}{36} - 2 \cdot \frac{30}{36} = \frac{7}{9} > 0$$

$$\Rightarrow \text{SPIELEN!}$$

Ü3

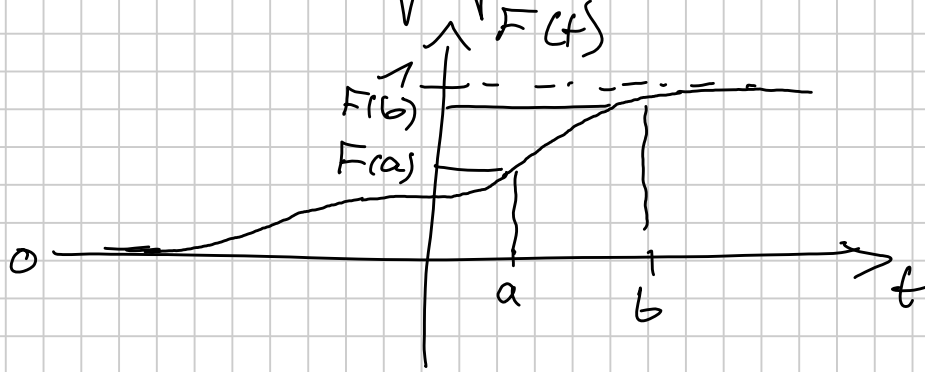
Rendite	Aus 1 € wird	p_ω
0%	0 €	20%
20%	1.20 €	70%
300%	1 € + 3.00 €	10%
	X	

$$E(X) = 0 \cdot 20\% + 1.20 \cdot 70\% + 4 \cdot 10\%$$

$$= \underline{1.24} \Rightarrow \text{Rendite } 24\%$$

Verteilungsfunktion $F(t)$

stetiges X !



$$\left. \begin{aligned} P(X \leq b) &= F(b) &= P(X < b) \\ P(X \leq a) &= F(a) &= P(X < a) \end{aligned} \right\} \textcircled{=}$$

$$\underbrace{P(X \leq b) - P(X \leq a)}_{P(a < X \leq b)} = F(b) - F(a)$$

Analogie Integral



$$F(b) - F(a)$$

F St. fkt zu f