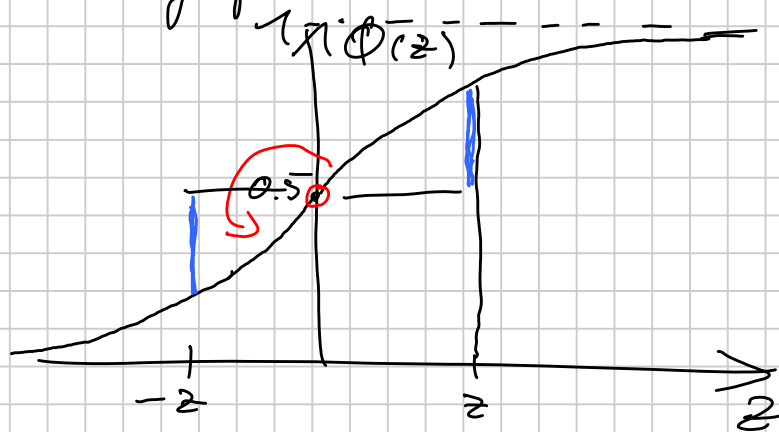


Normalverteilung

Verteilungsfkt Standardnormalverteilung



$\Phi(z)$ ist punktsymmetrisch zum Punkt $(0, 0.5)$

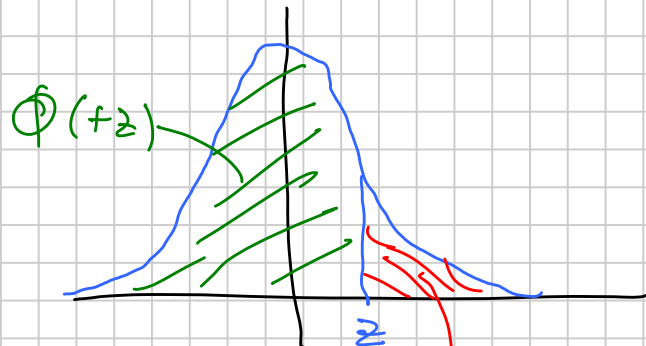
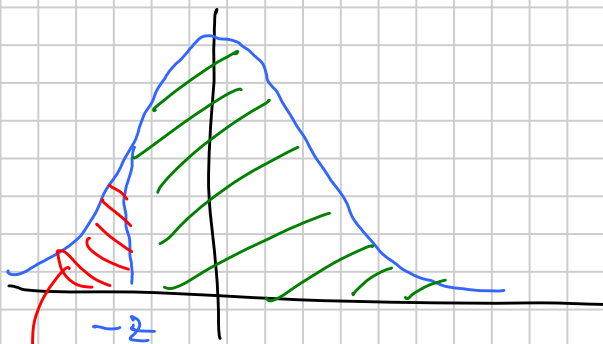
Als Formel

$$(0.5 - \Phi(-z)) = \Phi(z) - 0.5 \Rightarrow$$

$$-\Phi(-z) = \Phi(z) - 1$$

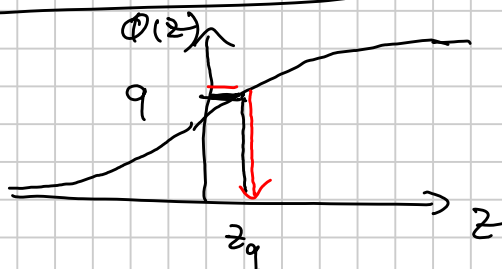
$$\boxed{\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)}$$

Regel Nr. 1 in S10-12



$$\boxed{\Phi(-2) = 1 - \Phi(2)}$$

q-Quantil



q-Quantil: Welches z_q erfüllt $\Phi(z_q) = q$?

z.B. $q = 0.6$

Tabellen
= $\Rightarrow$

$$0.5987 = \Phi(0.25)$$

ist am dichtesten an 0.6
(nächster Nachbar)

Normalverteilung (= Gaußverteilung)

$\Phi(z)$ ist punktsymmetrisch
um Punkt $(0, 0.5) = (0, \Phi(0))$

d.h. $0.5 - \Phi(-z) = \Phi(z) - 0.5$

$$\Rightarrow \boxed{1 - \Phi(z) = \Phi(-z)}$$

ü Aus Tabelle mit "nächster Nachbar"
Methode ablesen

a) $\Phi(0.588) = 0.7224$

b) $\Phi(?) = 0.527$

b) $\Phi(0.07) \approx 0.527$

Zu Regel 3.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$Z \sim N(0, 1^2)$$

$$F(b) = P(X \leq b)$$

$$= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right) \stackrel{\text{Nr. 2}}{=} P\left(Z \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

Zu Regel 6.:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$\text{also auch } z_q = \frac{x_q - \mu}{\sigma}$$

$$\Leftrightarrow z_q \cdot \sigma + \mu = x_q$$

ist Quantil zu q
der $N(\mu, \sigma^2)$ -Verteilung

Beispiel 0

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) = N(4, 2^2)$$

$$\mu = 4$$

$$\sigma = 2$$

Wie groß ist a) $P(X \leq 6)$

b) $P(3.8 < X \leq 7)$

Lsg

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X \leq 6) &= P\left(\frac{X-4}{2} \leq \frac{6-4}{2}\right) \stackrel{\text{Nr. 3}}{=} \Phi\left(\frac{6-4}{2}\right) \\ &= P(Z \leq 1) = \Phi(1) = 84.1\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(3.8 < X \leq 7) &\stackrel{\text{Nr. 4}}{=} \Phi\left(\frac{7-4}{2}\right) - \Phi\left(\frac{3.8-4}{2}\right) \\ &= \Phi(1.5) - \Phi(-0.1) \\ &\stackrel{\text{Nr. 1}}{=} \Phi(1.5) - (1 - \Phi(0.1)) \\ &= 47.3\% \end{aligned}$$

Beispiel 1

Was ist die Körpergröße, die die 6% = ~~0.06~~ kleinsten Menschen nicht überschreiten?

Log: Bestimme 0.06-Quantil der $N(0, 1^2)$ -Verteilung

$$0.06 = P(Z \leq z_q) = \Phi(z_q) \quad \text{Nr. 1} \quad (\Rightarrow)$$

$$0.94 = 1 - 0.06 = \Phi(\underline{-z_q})$$

Tabelle

$$\Rightarrow -z_q = 1.56 \Rightarrow z_q = -1.56$$

Nr. 6

$$\Rightarrow x_q = \sigma \cdot (-1.56) + \mu \\ = 0.2 \cdot (-1.56) + 1.75 = \underline{1.438}$$

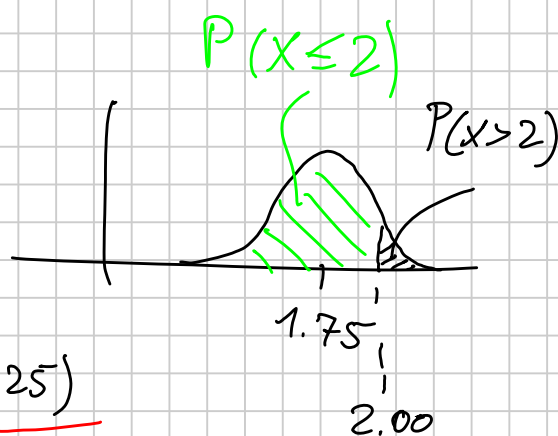
Zur Übung $\bar{u}_1, \bar{u}_2$

($\bar{u}_1$) $X \sim N(1.75, 0.2^2)$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$\text{Nr. 3} \Rightarrow 1 - \Phi\left(\frac{2 - 1.75}{0.2}\right) = 1 - \underbrace{\Phi(1.25)}_{0.8944}$$

Tab $\Rightarrow P(X > 2) = 10.56\%$



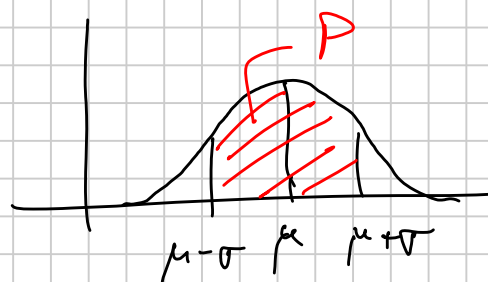
($\bar{u}_2$)

$$P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) \Rightarrow$$

$$\text{Nr. 4} \Rightarrow \Phi\left(\frac{\mu + \sigma - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma}\right)$$

$$= \Phi(1) - \Phi(-1)$$

$$= \Phi(1) - (1 - \Phi(1)) = 2\Phi(1) - 1$$



$$= 68.2\%$$

Analog: $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 2\Phi(2) - 1 = 95.5\%$
 $P \quad \dots 3 \quad \quad \quad \dots 3 \quad = 2\Phi(3) - 1 = 99.7\%$