

Bereiten Sie die Aufgaben vor und senden Sie mir per mail wie gewohnt Ihre schriftlichen Ausarbeitungen.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit dem Ansatz der **Methode der kleinsten Quadrate** die Gleichung der Regressionsparabel $y=ax^2+b$, die folgende Punkte optimal annähert:

x_i	-1	0	1	2
y_i	1	1	2	3

Aufgabe 2

Gegeben ist ein Graph $G = (M, K, v)$ mit der Knotenmenge $M = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$

und der Kantenmenge $K = \{k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, k_8, k_9, k_{10}\}$

v sei die Abbildung, die jeder Kante aus K zwei Knoten aus M zuordnet und zwar in folgender Weise:

$$v(k_1) = \{x_1, x_2\}, \quad v(k_2) = \{x_1, x_6\}, \quad v(k_3) = \{x_2, x_5\}, \quad v(k_4) = \{x_2, x_6\},$$

$$v(k_5) = \{x_3, x_1\}, \quad v(k_6) = \{x_3, x_4\}, \quad v(k_7) = \{x_4, x_2\}, \quad v(k_8) = \{x_4, x_5\},$$

$$v(k_9) = \{x_5, x_6\} \quad v(k_{10}) = \{x_6, x_3\}$$

Bem.: Die Bezeichnung von Knoten und Kanten sowie der Abbildung v entspricht der Nomenklatur der Vorlesung.

- Zeichnen Sie diesen Graphen
- Ist dieser Graph schlicht?
- Was ändert sich am Graphen, wenn statt der geschweiften Mengenklammern runde Klammern bei der Angabe der Abbildung stehen?
- Geben Sie für diesen Graphen die Adjazenzmatrix und die Inzidenzmatrix an.

Aufgabe 3

Wie viele Kanten besitzt ein vollständiger ungerichteter Graph mit n Knoten? Beweisen Sie Ihre Aussage mit einem geeigneten Beweisverfahren (wenn Sie es nicht kennen, dann eignen Sie es sich an: Stichwort Vollständige Induktion)

Aufgabe 4

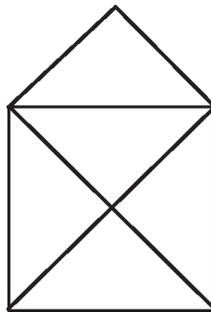
Zeichnen Sie einen Graphen mit folgenden Eigenschaften, die alle gelten sollen: Der Graph besitze 5 Knoten, er ist zusammenhängend und er ist schlicht, ein Knoten habe den Knotengrad 4, die anderen vier Knoten haben den Knotengrad 2.

Aufgabe 5

Sechs Personen vereinbaren, dass jede von ihnen mit genau drei der übrigen telefoniert. Ist das möglich? Wie sieht der Graph dazu aus? Bei welchen Zahlenkombinationen (Anzahl der Personen, Anzahl der Telefonpartner) ist dies allgemein möglich bzw. nicht möglich?

Aufgabe 6

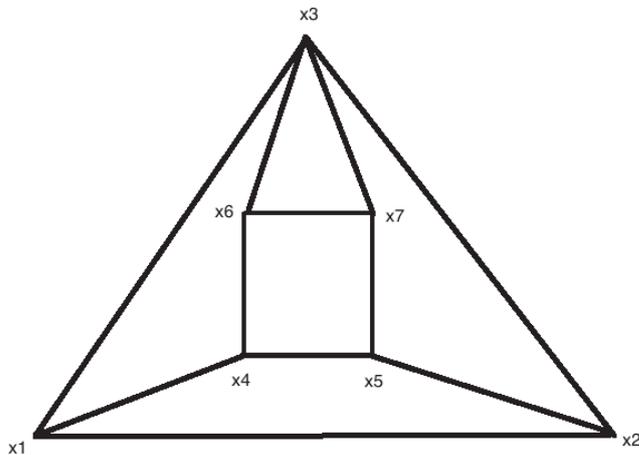
- Als Einleitung jeder Vorlesung mit dem Thema Graphentheorie wird das Königsberger Brückenproblem erläutert (s. Vorlesung). Dieses Problem wird häufig als Beginn der Graphentheorie bezeichnet. Zeichnen Sie sich noch einmal den Graphen auf, der zu diesem Brückenproblem gehört und überlegen Sie, wie man es, durch richtiges Hinzufügen von weiteren Brücken lösen kann!
- Das Spiel „Haus vom Nikolaus“ besteht darin, unten stehende Figur ohne abzusetzen zu zeichnen. Das ist auch eine Art Brückenproblem, warum? Wo müssen Sie mit dem Stift ansetzen, damit das auch gelingt und warum gelingt das?

**Aufgabe 7**

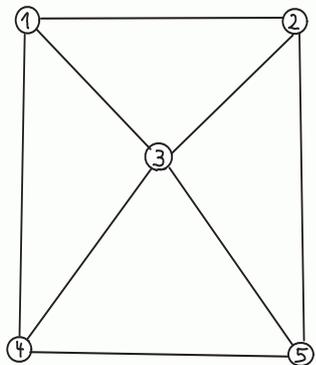
- Wie kann man anhand der Adjazenzmatrix feststellen, ob ein Graph isolierte Knoten besitzt?
- Wie kann man anhand der Adjazenzmatrix feststellen, ob ein Graph Schleifen (Schlingen) besitzt?
- Wie kann der Knotengrad aus der Adjazenzmatrix bestimmt werden?

Aufgabe 8

Bestimmen Sie von folgendem Graphen die Adjazenzmatrix:

**Aufgabe 9**

Gegeben ist folgender Graph:



Zeichnen Sie einen Teilgraphen und einen Untergraphen und erläutern Sie noch einmal die Unterschiede

Aufgabe 10

a) Konstruieren Sie den **Huffman-Baum** für die Codierung folgender Aussage:

ERRETTET DIE GERETTETEN

Wie lautet der Code für das E, wie für das G ?

b) Gegeben sind folgende Codes:

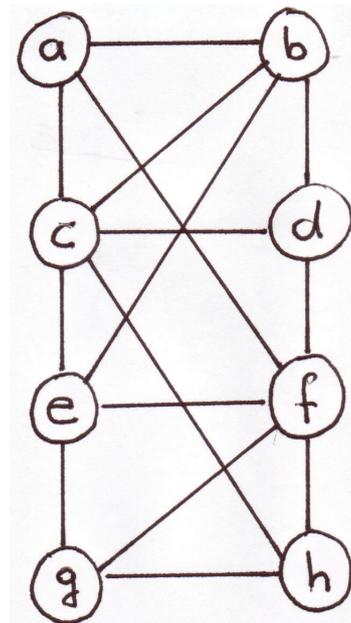
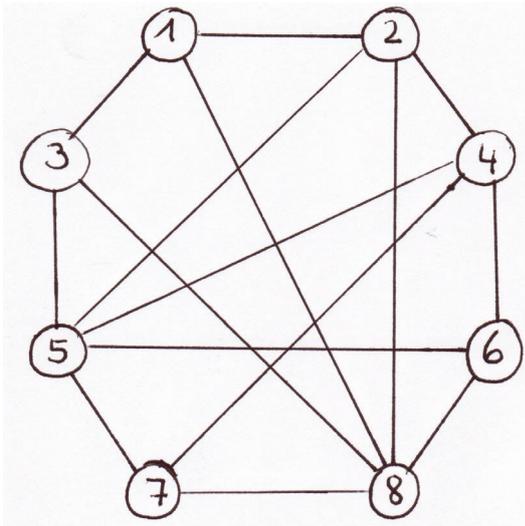
- o=000 p=001 t=011 b=0100 m=0101 i=10 s=11
- o=000 p=001 t=011 b=0010 m=1101 i=10 s=11

Einer davon ist ein Präfixcode (präfixfreier Code). Welcher? Erläutern Sie Ihre Entscheidung und entschlüsseln Sie dann folgende Bitfolge:

010110111110111110001001100100000000011

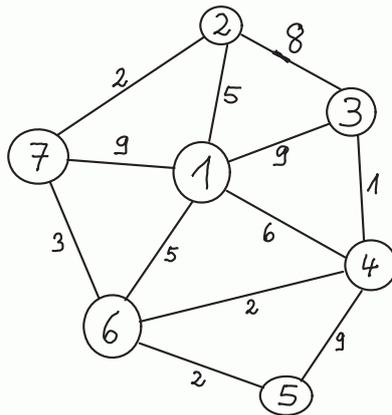
Aufgabe 11

a) Sind die beiden folgenden Graphen isomorph? Wenn ja, geben Sie die zugehörige bijektive Abbildung (Isomorphismus) an und begründen Sie Ihr Vorgehen.



Aufgabe 12

Gegeben ist ein Streckennetz mit Zentrum 1 mit z.B. Kosten als Kantenbewertung! Gesucht ist ein minimal spannender Baum. (Kruskal).
Geben Sie die minimalen Gesamtkosten an.



Aufgabe 13

Bestimmen Sie mit Hilfe des **Dijkstra-Algorithmus** die kürzesten Wege vom Knoten **a** zu allen anderen Knoten.

