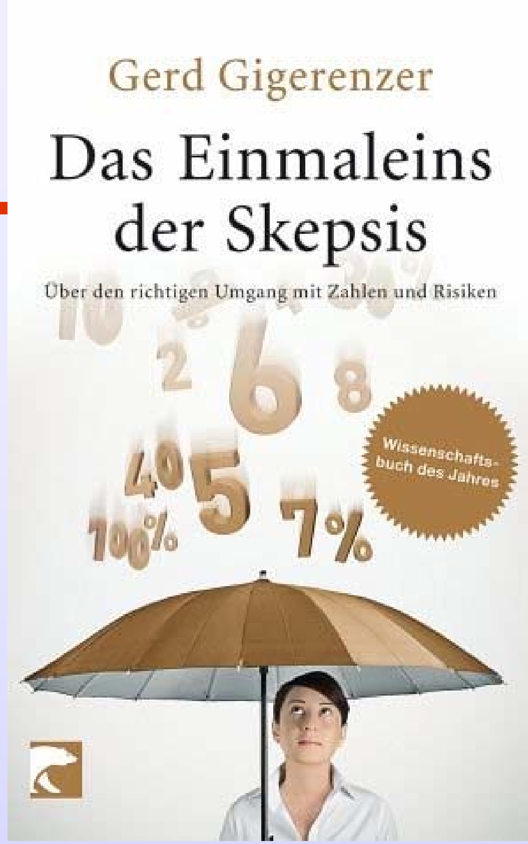
Bedingte Wahrscheinlichkeiten vs. natürliche Häufigkeiten

Wolfgang Konen

April 2017

nach dem Buch von Gerd Gigerenzer

Das Buch



- Gerd Gigerenzer, 2009:

  „Das Einmaleins der Skepsis“

  Über den richtigen Umgang mit Zahlen und Risiken

Die Grundidee des Buches:

<u>Bedingte Wahrscheinlichkeiten – schwierig</u>

<u>natürlich Häufigkeiten – einfach</u>

Beispiel:

Bedingte Wahrscheinlichkeiten - schwierig

- Ein Zitat aus [Gigerenzer09, S. 65]: (nicht nur) für Chefärzte einer Universitätsklinik schwer zu verstehen:

  „<u>Brustkrebs-Screening bei Frauen zw. 40 und 50</u>: Die Wahrscheinlichkeit, dass eine dieser Frauen Brustkrebs hat, beträgt 0.8 Prozent. Wenn eine Frau Brustkrebs hat, beträgt die Wahrscheinlichkeit 90 Prozent, dass ihr Mammogramm positiv ausfällt. Wenn eine Frau jedoch keinen Brustkrebs hat, beträgt die Wahrscheinlichkeit 7 Prozent, dass ihr Mammogramm dennoch positiv ausfällt. Angenommen, bei einer Frau ist das Mammogramm positiv. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie tatsächlich Brustkrebs hat?“

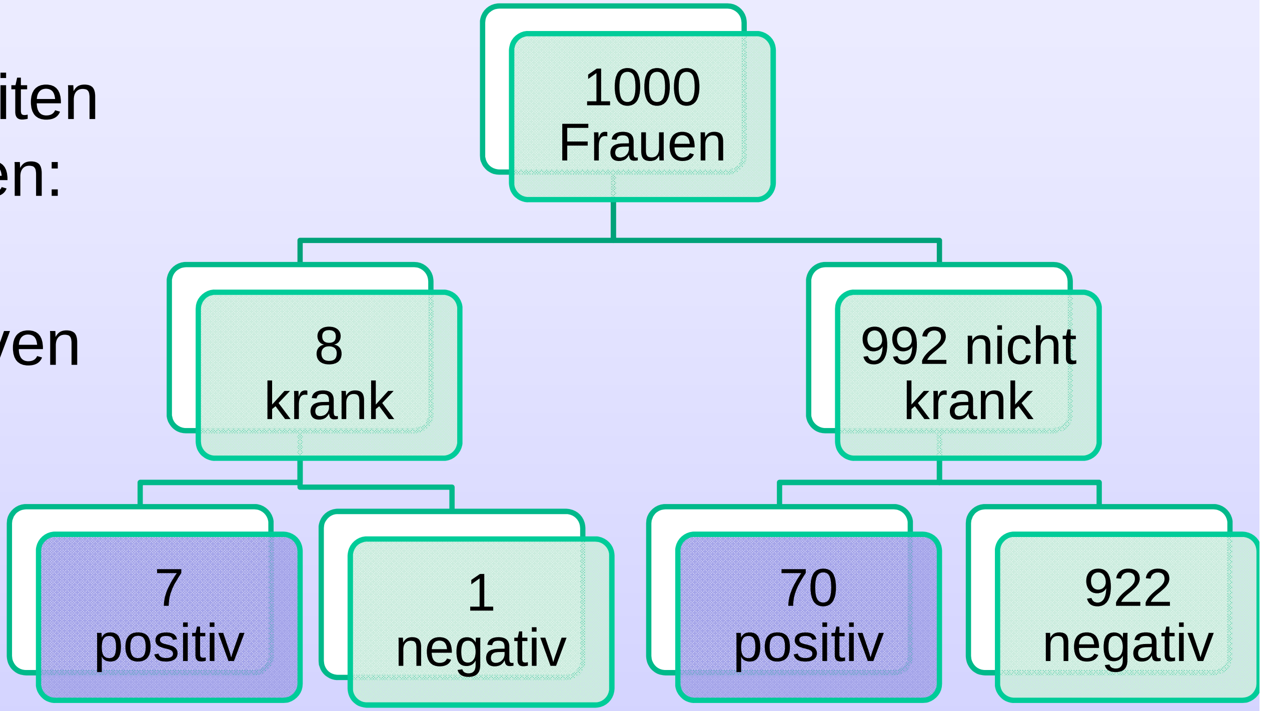
Natürliche Häufigkeiten - einfach

- Nun der gleiche Sachverhalt mit natürlichen Häufigkeiten. Zitat aus [Gigerenzer09, S. 67]:

  „Von jeweils 1000 Frauen haben 8 Brustkrebs. Von diesen 8 Frauen mit Brustkrebs werden 7 ein positives Mammogramm haben. Von den übrigen 992 Frauen, die keinen Brustkrebs haben, werden rund 70 dennoch ein positives Mammogramm haben. Stellen Sie sich nun eine Anzahl von Frauen vor, deren Mammogramm beim Screening positiv ausfiel. Wie viele von ihnen haben wirklich Brustkrebs?"

Warum natürliche Häufigkeiten einfach(er) sind

- Natürliche Häufigkeiten entsprechen Bäumen:



Wie viele der positiven Frauen sind krank?

$$P(krank|pos) = \frac{7}{7+70}$$

- Bayes-Formel liefert dasselbe:

$$P(krank|pos) = \frac{P(pos|krank)P(krank)}{P(pos)} = \frac{\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{1000}}{\left(\frac{7+70}{1000}\right)} = \frac{7}{77}$$