

## Probeklausur Praktikum AI,MI,TI SS 2012

### Aufgabe 1 (Integrale)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{2}x + \sin(2x)$$

auf dem Intervall  $[0, 2\pi]$

Skizzieren Sie den Funktionsgraphen (mit Hilfe einer Wertetabelle) und berechnen Sie die Fläche, die die Kurve mit der x-Achse im Bereich  $[0, 2\pi]$  einschließt.

### Aufgabe 2 (mehrdimensionale Analysis)

a) Berechnen Sie mit Hilfe des **totalen Differentials** für die Funktion

$$f(x, y, z) = 3x^2 - xy + 2yz + 4z^2$$

die ungefähre Änderung des Funktionswertes beim Übergang vom Punkt mit den  $(x, y, z)$ -Koordinaten  $(2; -4; -1)$  zum Punkt  $(2,25; -3,75; -0,75)$ . Stellen Sie diese Näherung der tatsächlichen Funktionswertdifferenz gegenüber.

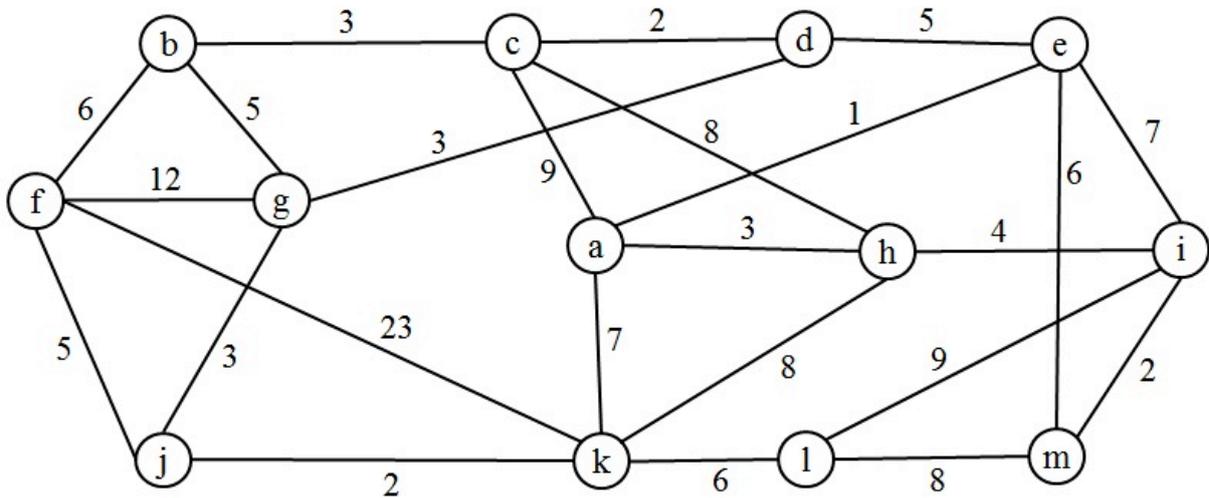
b) Bestimmen Sie mit Hilfe der **Methode von Lagrange** die Kandidaten für die relativen Extremwerte folgender Funktion:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$$

unter der Nebenbedingung  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$

### Aufgabe 3 (Graphentheorie)

Bestimmen Sie mit Hilfe des **Dijkstra-Algorithmus** die kürzesten Wege vom Knoten **a** zu allen anderen Knoten.



Diese Aufgabe ist für eine spätere Klausuraufgabe zu umfangreich, rechnen Sie sie dennoch zu Übungszwecken ganz durch. Markieren Sie im Laufe des Algorithmus wie in der Übung sofort die bestimmten Knoten und Kanten farblich im Graphen. Eine Klausuraufgabe könnte dann wie folgt lauten: Bestimmen Sie den kürzesten Weg vom Startknoten **a** zum Knoten **c**, in dem Sie den Dijkstra-Algorithmus solange anwenden, bis der Knoten **c** markiert wird.

### Aufgabe 4 (Wahrscheinlichkeitsrechnung)

- a) Die folgenden Daten geben die Lebensdauer (in Tagen) einer Stichprobe von 40 elektronischen Bauteilen an:

102	108	108	110	112	113	116	117	118	118
119	120	121	121	122	124	125	126	126	127
128	130	130	131	132	132	133	134	134	135
136	136	137	140	140	141	143	147	151	153

Berechnen Sie alle für einen Boxplot notwendigen Größen und zeichnen Sie diesen.

#### Aufgabe 4 (Wahrscheinlichkeitsrechnung)-Fortsetzung

- b) Bei der Herstellung von Speichersticks werden in der Regel 5% defekt sein und als Ausschuss bezeichnet. Ein Unternehmen verkauft die Sticks in Kisten zu 100 Stück. Es sei  $X$  die Anzahl der defekten Speichersticks in einer Kiste. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau sechs defekte Speichersticks in der Kiste sind.
- c) 20% der Fahrgäste in der Berliner S-Bahn sind Schwarzfahrer. Es werden 100 Personen zufällig kontrolliert.  $X$  sei die Anzahl der Schwarzfahrer unter 100 Personen.
- (1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den 100 überprüften 25 oder mehr Schwarzfahrer sind.
  - (2) Bestimmen Sie ein zu 20 symmetrisches Intervall mit der Eigenschaft, dass die Anzahl an Schwarzfahrern mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% in diesem Intervall liegt.
- Hinweis zu b): eigentlich ist die Zufallsvariable  $X$  binomialverteilt. Bitte verwenden Sie zur Erleichterung die Aussage des **Grenzwertsatzes von De Moivre-Laplace**. Überprüfen Sie zunächst, ob die Voraussetzungen erfüllt sind. Die notwendigen Werte der Standardnormalverteilung finden sie in den Formelsammlungen.

#### Aufgabe 5 (Komplexe Zahlen)

- a) Berechnen Sie im Bereich der komplexen Zahlen (die Zahlen sind in der kartesischen Form  $z=a+ib$ ,  $i =$  imaginäre Einheit, gegeben. Die Ergebnisse sollten wieder in der kartesischen Form angegeben werden)

$$(1) \left(2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot i\right)^7 \quad (2) \left(8\sqrt{2} + 8\sqrt{2} \cdot i\right)^{\frac{1}{4}}$$

- b) Gegeben sind folgende komplexe Zahlen in Normalform :

$$z_1 = 3 + 4i \quad \text{und} \quad z_2 = a + 2i \quad a \in \mathbb{R}$$

Bestimmen Sie auf rechnerischem Weg  $a$  so, dass die Zeiger von  $z_1$  und  $z_2$  in der Gauß'schen Zahlenebene einen Winkel von  $72^\circ$  einschließen..