

Fachprüfung AI/TI/MI Mathematik 1 – Probeklausur 1d
Prof. Dr. Wolfgang Konen – FH Köln, Institut für Informatik
10.07.2006

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurdauer: 60 min.

Hilfsmittel: Formelsammlung Mathematik
 Rezepte Mathe 1+2
 nicht-grafikfähiger Taschenrechner

- Hinweise:**
1. Benutzen Sie keinen Bleistift und keinen roten Stift. Heftung nicht lösen. Keine losen Blätter erlaubt.
 2. Nebenrechnungen gehören in die Klausur - Schmierpapier ist nicht erlaubt.
 3. Ungültige oder falsche Lösungswege durchstreichen. Der Lösungsweg muß nachvollziehbar sein.
 4. Lesen Sie bitte zunächst die Aufgabenstellungen komplett durch und prüfen Sie auf Vollständigkeit und Verständlichkeit der Aufgaben!
 5. Tragen Sie bitte auf diesem Deckblatt Name, Vorname, Matr.-Nr. und Unterschrift ein!

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgaben	max. Punktzahl	erreichte Punktzahl
1 Grenzwert	9	
2 Determinante	14	
3 Taylor	12	
4 Lineare Algebra	15	
5		
6		
7		
8		
Punktzahl Gesamt:	50	

Aufgabe 1 Grenzwert

Berechnen Sie den Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \ln(x)}}$$

Aufgabe 2 Determinante

Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1-x^2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -x^2 \end{pmatrix} = (\vec{a}_1 \quad \vec{a}_2 \quad \vec{a}_3)$ mit $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Welche geometrische Bedeutung hat $|\det(\mathbf{A})|$, wenn man die Spalten der Matrix als Vektoren auffasst?
- (b) Berechnen Sie den Wert $|\det(\mathbf{A})|$ als Funktion von x . Für welche x nimmt $|\det(\mathbf{A})|$ den minimalen Wert ein?
- (c) Für welche x stehen der 1. und der 3. Spaltenvektor, \vec{a}_1 und \vec{a}_3 , senkrecht aufeinander?

Aufgabe 3 Taylor

(a) Man bestimme die erste Ableitung der Funktion $g(x) = \frac{\sin(\sqrt{3x})}{x^2}$ für $x \geq 0$.

(b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T(x)$ zum Grad 4 von $f(x) = \ln(x^2) + 3(x - 2)^2$ an der Stelle $x_0 = 1$.

Aufgabe 4 Lineare Algebra

Gegeben sei das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_2 + 9x_3 &= -1 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 &= 1 \\ 6x_1 - x_2 - 6x_3 &= 1 \end{aligned}$$

- (a) Schreiben Sie das Gleichungssystem in der Form $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit geeigneten Matrizen / Vektoren \mathbf{A}, \mathbf{x} und \mathbf{b} . Wieviele Zeilen und wieviele Spalten hat der Vektor \mathbf{x} ?
- (b) Lösen Sie das Gleichungssystem mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren nach \mathbf{x} auf und geben Sie die Lösungsmenge an.