

Fachprüfung AI/MI/TI Mathematik 2 - Probeklausur 2f
Prof. Dr. Wolfgang Konen – FH Köln, Institut für Informatik
12.03.2007

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurdauer: 60 min.

Hilfsmittel: Formelsammlung Mathematik
 Rezepte Mathe 1+2
 nicht-grafikfähiger Taschenrechner

- Hinweise:**
1. Benutzen Sie keinen Bleistift und keinen roten Stift. Heftung nicht lösen. Keine losen Blätter erlaubt.
 2. Nebenrechnungen gehören in die Klausur - Schmierpapier ist nicht erlaubt.
 3. Ungültige oder falsche Lösungswege durchstreichen. Der Lösungsweg muß nachvollziehbar sein (nur Ergebnis reicht nicht!).
 4. Lesen Sie bitte zunächst die Aufgabenstellungen komplett durch und prüfen Sie auf Vollständigkeit und Verständlichkeit der Aufgaben!
 5. Tragen Sie bitte auf diesem Deckblatt Name, Vorname, Matr.-Nr. und Unterschrift ein!

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

| Aufgaben | max. Punktzahl | erreichte Punktzahl |
|--------------------------|--------------------------------|---------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | Extremwerte | 15 |
| 6 | Kombinatorik | 11 |
| 7 | Graphen / Komplexe Zahl | 14 |
| 8 | Differentialgleichung | 10 |
| 9 | | |
| Punktzahl Gesamt: | 50 | |

Aufgabe 5 Extremwerte

Der Gewinn G eines Internet-Portals, das von Studierenden des Campus Gummersbach gegründet wird, ist eine Funktion der eingesetzten Hardwarekosten h und der geschalteten Anzeigen a :

$$G = G(a, h) = \frac{2ah}{3} + 6 - \frac{(a-2)^3}{3} - \frac{(h-10)^2}{2}$$

Wie sollen die Studierenden a und h einstellen, um den beweisbar optimalen Gewinn zu erzielen? Rechnen Sie auf 3 Nachkommastellen genau.

[Hinweis: Sie müssen nur das richtige lokale Optimum finden, die Ränder brauchen Sie nicht zu betrachten!]

Fachprüfung AI/MI/TI Mathematik 2 - Probeklausur 2f
Prof. Dr. Wolfgang Konen – FH Köln, Institut für Informatik
12.03.2007

Aufgabe 6 Kombinatorik

Für den Zentralen Verzeichnisdienst einer Hochschule wird ein Passwortzugang eingerichtet. Die Zeichen für ein Passwort kommen entweder aus der Menge A aller 26 Kleinbuchstaben oder der Menge B aller 10 Ziffern. Die Bedingungen an ein Passwort sind:

- mindestens 6 Zeichen lang,
 - mindestens 3 Zeichen aus der Menge A,
 - mindestens 2 Zeichen aus der Menge B
- (a) Gibt es mehr als eine Milliarde Länge-6-Passwörter dieser Klasse? (Mit Herleitung!)
- (b) Ist die Menge der 6-Zeichen-Wörter nur aus Kleinbuchstaben größer oder kleiner als die Zahl aus (a) ? Welche Passwortklasse ist also sicherer?
- (c) Ein User hat gemäß (a) ein Passwort mit Länge 6 und zufällig gewählten Zeichen eingerichtet. Ein Hacker versucht, durch Eingabe von 10 000 verschiedenen gültigen Passwörtern der Mindestlänge, diesen User-Account zu "knacken". Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es ihm gelingt?

Aufgabe 7 Graphen / Komplexe Zahlen

- (a) Erklären Sie folgende Begriffe der Graphentheorie: Baum, Wurzelbaum, Länge eines Wurzelbaumes.
- (b) Wieviele Kanten hat der größtmögliche Wurzelbaum mit Länge 3 ? Mit Länge 4 ? Wie lautet die allgemeine Formel für Länge N ?
- (c) Erklären Sie die Begriffe: Betrag einer komplexen Zahl, Phase einer komplexen Zahl, konjugiert komplexe Zahl. Geben Sie Ihre Erklärung sowohl mit Wort (Formel) als auch mit Bild.
- (d) Wie lautet der Imaginärteil von $z = \frac{4 - 3i}{2 + 4i} + 3i$?

Aufgabe 8 Differentialgleichung

Gegeben sei die Differentialgleichung: $y'(x) + 2y(x) = 6$

- (a) Interpretieren Sie die Differentialgleichung (Ordnung, explizit/implizit, linear, homogen/inhomogen), jeweils mit einem Begründungssatz.
- (b) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung. Wieviel freie Parameter hat sie? Skizzieren Sie eine typische Lösung qualitativ.

Hinweis: Benutzen Sie den Ansatz $y(x) = 3 + ae^{\lambda x}$

- (c) Lösen Sie die Differentialgleichung für die Anfangsbedingung $y(1) = 9$.