

Wieso steht beim Binom. Satz $\binom{n}{k}$

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b) \cdot (a+b) \cdot \dots \cdot (a+b)}_{n\text{-mal}}$$

$\{ \textcircled{1} \textcircled{2} \dots \textcircled{n} \}$

Bsp: $n=4$, $k=1$: abbb

Wie viele Möglichkeiten? $\left. \begin{array}{l} abbb \\ babb \\ bbab \\ bbaa \end{array} \right\} 4$

Allgemeiner für n, k : Bilde
Positionsmenge $\{ \textcircled{1}, \textcircled{2}, \dots, \textcircled{n} \}$,

ziehe k -mal und setze an jede
 Position ein a , $z.B.$, Reihenfolge egal

$\Rightarrow \underline{\underline{\binom{n}{k}}}$ Möglichkeiten

Ü3 (Lotto)

- a) $n = 49$, $k = 6$, Zoz, Reihenfolge egal
 Kombination $\binom{49}{6} = 13\,983\,816$ Mögl.
- b) Wie wahrsch 4 Richtige?

$$\left(\frac{48 \cdot 47 \cdot 46}{13 \cdot 106} \right) f$$

1. Schritt: $\boxed{\begin{matrix} (R_1) \dots \\ \dots (R_6) \end{matrix}}$

ziehe daraus 4 Kugeln
 $\Rightarrow \binom{6}{4} = 15$ Mögl.

2. Schritt: $\boxed{\begin{matrix} (F_1) \dots \\ \dots (F_{43}) \end{matrix}}$

$$43 = 49 - 6$$

ziehe daraus 2 Kugeln
 $\Rightarrow \binom{43}{2} = 903$

Zusammen nach Produkt regel

$15 \cdot 903$ Mögl f. 4 Richtige

$$P(\text{"4 Richtige"}) =$$

↑
Laplace

$$\frac{15 \cdot 903}{13\,983\,816} = 0.000962$$

$$\approx \underline{\underline{\frac{1}{1000}}}$$

Wieviele Wörter aus $\{a, b, c\}$ mit genau zwei a 's? ^{← Länge 5}

1. Schritt: Positionen für die a 's

Positionsmenge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 2-mal zuz

$$\binom{5}{2} = 10 \text{ Möglichkeiten}$$

Tabelle

$\{1, 2\}$ $aa \dots$

$\{1, 3\}$ $a \cdot a \dots$

$\vdots$

$\{1, 5\}$ $a \dots \cdot a$

$\vdots$

$\{4, 5\}$ $\dots aa$

2. Schritt: Restliche

Pos. $\cdot$ mit b oder c

besetzen: $2 \cdot 2 \cdot 2$

$$= 2^3 = 8 \text{ Mögl.}$$

zuz

Zusammen: $10 \cdot 8 = 80$ Mögl.

für Wörter mit genau zwei a 's.

Ü5

$n = 3$ Kandidaten

$k = 60$ Wähler

zuz, Kombi: $\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{62}{2} = \underline{\underline{1891}}$

Wir betrachten Zuz aus Urne
mit 99 schwarzen und 1 weißen Kugel

- Wie wahrsch. ist es, eine schwarze zu ziehen?
- Bei Kombinatorik müssten wir Kugeln durchnummerieren, sonst würde $\{S, W\}$ zu Fehler führen
- Zufallsvariablen bieten anderen Ansatz: $\{S, W\}$ doch verwenden, aber mit $p_S = 99\%$ und $p_W = 1\%$

$$P(\text{"1 schwarze Kugel"}) = p_S = 99\%$$

- Wie wahrsch ist "3x schwarz"?

Produktregel: $99\% \cdot 99\% \cdot 99\% = (99\%)^3$

Ü1) Zwei Möglichkeiten

1) $X = \text{Gewinn} - \text{Einsatz}$, vgl mit 0

2) $Y = \text{Gewinn}$, vgl mit Einsatz

Wähle 2)

$$E(Y) = 20 \cdot p(X=20) + 5 \cdot P(X=5)$$

$$= 20 \cdot \frac{1}{36} + 5 \cdot \frac{2}{36}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5}{6}}} < 1 \quad \text{NICHT spielen}$$

$$E(X) = -\frac{1}{6} < 0$$

Ü2) $X = \text{Gewinn} - \text{Einsatz}$

d	Wert x_m	Ereignisse	$P(X=x_m)$
5	28€	(6,1), (1,6)	$\frac{2}{36}$
4	8€	(6,2), (2,6), (1,5), (5,1)	$\frac{4}{36}$
<4	-2€	...	$\frac{30}{36}$

$$E(X) = 28 \cdot \frac{2}{36} + 8 \cdot \frac{4}{36} - 2 \cdot \frac{30}{36} = \frac{7}{9} > 0$$

$\Rightarrow$ Also SPRELEN!

$$\underline{\underline{E(Y) = \frac{25}{9}}}$$

Ü3)

Rendite 14%