

- Was ist  $N(\mu, \sigma^2)$ ?

z.B.  $N(1, 3^2)$ 

Normalverteilung  
mit Erw. wert  $\mu$   
und Varianz  $\sigma^2$

$\uparrow$   $\mu$   
 $\uparrow$   $\text{Var} = \sigma^2$   
d.h.  $\sigma = 3$

- Was ist  $N(0, 1^2)$ ?

Standardnormalverteilung

- Wenn  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$Z \sim N(0, 1^2)$ , was ist Beziehung

zwischen  $X$  und  $Z$ ?

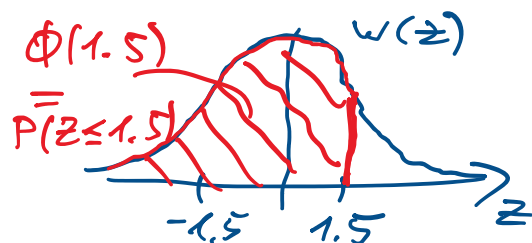
$$\left| Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Leftrightarrow X = Z\sigma + \mu \right|$$

- Verteilungsfunktion von  $Z$  heißt  $\Phi$  (Tabelle)

Was ist  $\Phi(1.5)$ ?

$$\left| \underline{\Phi(1.5)} = P(Z \leq 1.5) \right|$$

$$= \int_{-\infty}^{1.5} w(z) dz$$



Körpergröße  $X \sim N(1.75, 0.2^2)$

Bei welcher Körpergröße  $x_q$  gilt  $P(X \leq x_q) = 6\%$

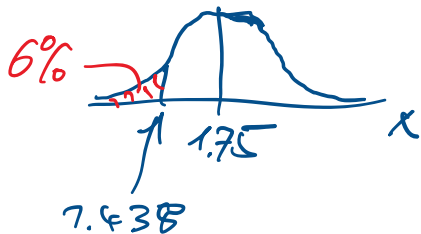
Lösung: Zunächst: Bestimme 0.06-Quantil  $z_q$  der Standard-Normalverteilung

$$0.06 = P(Z \leq z_q) = \Phi(z_q)$$

$$\stackrel{\text{Nr. 5}}{\Leftrightarrow} 1 - 0.06 = 0.94 = \Phi(-z_q) \stackrel{\text{Tab.}}{\rightarrow} -z_q = 1.56$$

Nach Regel Nr. 6 ist

$$x_q = \sigma z_q + \mu = 0.2 \cdot (-1.56) + 1.75 = \underline{\underline{1.438}}$$



Ü1  $X \sim N(1.75, 0.2^2)$

$$P(X > 2.0) = 1 - P(X \leq 2.0)$$

$$\stackrel{\text{Nr. 3}}{=} 1 - \Phi\left(\frac{2.0 - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{2.0 - 1.75}{0.2}\right)$$

$$= 1 - \Phi(1.25) \stackrel{\text{Tab.}}{=} 1 - 0.8944 = \underline{\underline{10.56\%}}$$

Ü2  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \stackrel{\text{Nr. 4}}{=} \Phi\left(\frac{\mu + \sigma - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{\sigma}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{\sigma}{\sigma}\right) = \Phi(1) - \Phi(-1)$$

$$\stackrel{\text{Nr. 1}}{=} \Phi(1) - (1 - \Phi(1)) = 2\Phi(1) - 1 \stackrel{\text{Tab.}}{=} \underline{\underline{68.2\%}}$$

Analog:

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 2\Phi(2) - 1 \stackrel{\text{Tab.}}{=} \underline{\underline{95.5\%}}$$

$$P(\dots 3\sigma) = 2\Phi(3) - 1 = \underline{\underline{99.7\%}}$$



Ü3)  $\mu = 48$ ,  $\sigma = 6$  .  $X \sim N(48, 6^2)$

Lösung:  $0.82 = P(X \leq b) = \Phi\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right) = \Phi(\underline{z_q})$

Aus Tabelle:  $z_q = 0.92$

$x_q = \sigma \cdot 0.92 + \mu$

$\frac{b - 48}{6} = 0.92 \Leftrightarrow b = 6 \cdot 0.92 + 48$   
 $= \underline{\underline{53.52 \text{ h}}}$

Ü4)  $X \sim N(2, 1^2)$

$P(1.5 \leq X \leq 2.5) \stackrel{\text{Nr. 4}}{=} \Phi\left(\frac{2.5 - 2}{1}\right) - \Phi\left(\frac{1.5 - 2}{1}\right)$

$(= P(1.5 < X < 2.5)) = \Phi(0.5) - \Phi(-0.5)$   
 $\stackrel{\text{Nr. 1}}{=} 2\Phi(0.5) - 1$

$= 2 \cdot 0.6915 - 1 \approx \underline{\underline{40\%}}$

Ü5) 0.8-Quantil  $x_q$  ist geg. durch

$P(X \leq x_q) \stackrel{\text{Nr. 4}}{=} \Phi\left(\frac{x_q - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x_q - 3}{2}\right) = 0.8$

Tab. rückw  
 $\Rightarrow$

$z_q = \frac{x_q - 3}{2} = 0.84 \Rightarrow x_q = 2 \cdot 0.84 + 3$   
 $= \underline{\underline{4.68}}$

## Satz Moivre-Laplace

Montag, 10. Mai 2021

12:23

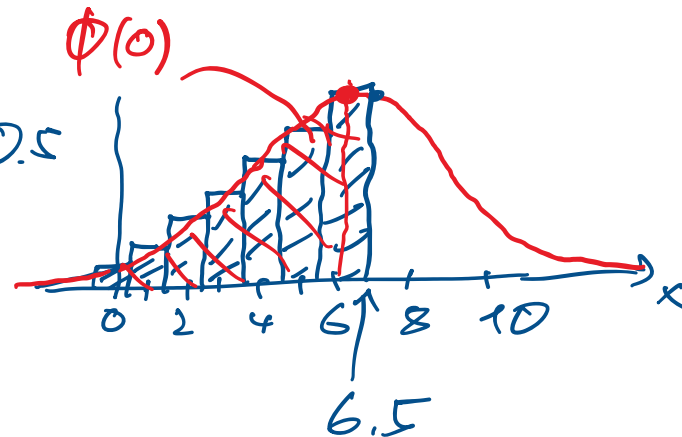
Woher kommt Term "+0.5"

Bsp: Binomialvert. mit  $n=12$ ,  $p=0.5$

$$\Rightarrow \mu = np = 6$$

$$P(X \leq 6) = P(0) + \dots + P(6) > 0.5$$

$$\Phi\left(\frac{6-6}{\sigma}\right) = \Phi(0) = 0.5$$



$$P(X \leq 6) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Moivre Laplace}}}{=} \Phi\left(\frac{6-6+0.5}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{0.5}{\sigma}\right) > 0.5$$