Komplexe Zahl 1

Mittwoch, 19. Mai 2021 11:40

Plausibilität der Def 11.3

1) $z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2 \wedge b_1 = b_2$

ist plausibel, denn

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow a_1 + ib_1 = a_2 + ib_2$$
$$\Leftrightarrow a_1 - a_2 = i(b_2 - b_1) \quad |\,(\,)^2$$
$$\Rightarrow (a_1 - a_2)^2 = i^2 (b_2 - b_1)^2$$
$$\Leftrightarrow \underbrace{(a_1 - a_2)^2}_{\geq 0} = - \underbrace{(b_2 - b_1)^2}_{\geq 0}$$

geht nur, wenn beide Seiten Null sind, also wenn $a_1 = a_2 \wedge b_2 = b_1$.

für nicht-komplexe Zahlen

$r_1 = 3 + 5 \qquad r_2 = 2 + 6$ $\quad r_1 = r_2$, aber $3 \neq 2 \wedge 5 \neq 6$

3) $$z = z_1 \cdot z_2 = (a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2)$$
$$= a_1 a_2 + ib_1 ib_2 + a_1 ib_2 + ib_1 a_2$$
$$= a_1 a_2 + \underbrace{i^2}_{=-1} b_1 b_2 + i(a_1 b_2 + b_1 a_2)$$
$$= \underbrace{(a_1 a_2 - b_1 b_2)}_{Re(z_1 z_2)} + i \underbrace{(a_1 b_2 + b_1 a_2)}_{Im(z_1 z_2)}$$

Komplexe Zahl 2

Mittwoch, 19. Mai 2021 12:05

Beispiel zu Division:

$$\frac{1+2i}{(1-i)} = \frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$

$$= \frac{1+2i\cdot i + i(2\cdot 1+1\cdot 1)}{1^2+1^2}$$

$1+2i^2$
$=1-2$
$=-1$

$$= \frac{-1+i3}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}+i\frac{3}{2}$$

$\sqrt{(3-4i)\cdot(3+4i)} = \sqrt{3^2-i^2 4^2+i\cdot 0}$

Übung

a) $i(3-2i) = i3-2i^2 = (-2)(-1)+3i = 2+3i$

b) $|3-4i| = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} = 5$

c) $\frac{3+4i}{2-i} = \frac{(3+4i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{6-4+i(8+3)}{2^2+1^2} = \frac{+2+i11}{5} = \frac{2}{5}+i\frac{11}{5}$

2-i·1 hat Realteil 2 und Imaginärteil 1

d) $(2+5i)\cdot \underbrace{8}_{8+0i} = 16+40i$

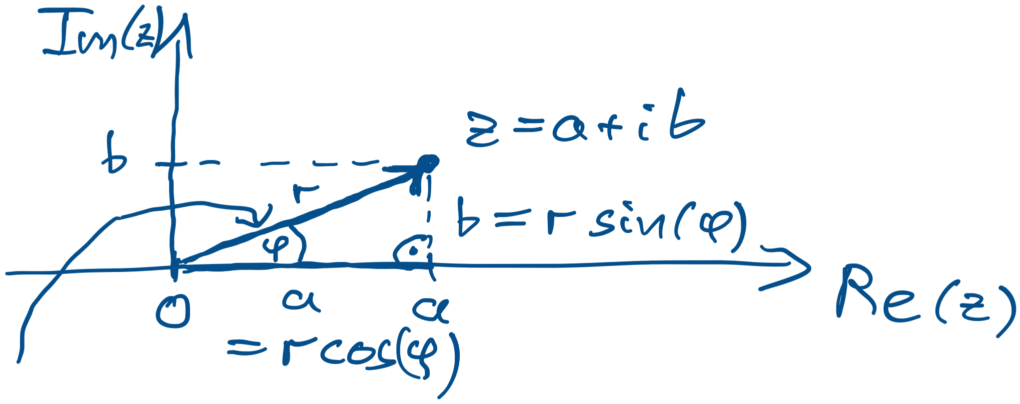
$= 2\cdot 8+5i\cdot 8$ ✓

Gaußsche Ebene

Mittwoch, 19. Mai 2021 12:43

$z = a + ib \iff P(a, b)$ Punkt im $\mathbb{R}^2$

Gauß'sche Zahlenebene



$|z| = r = \sqrt{a^2+b^2}$

$$(a, b) \longleftrightarrow (r, \varphi)$$

$|z|$ ist wie der Betrag eines Vektors

Ist nur Analogie: Komplexe Zahlen sind z.T. wie Vektoren, aber sie sind <u>nicht gleich</u> Vektoren.