

Ankündigungen

- Einf P: PFLICHT
6.4.22, 11h in V
- Tutorium beginnt: 7.4
- Woche vor/nach: kein V/Ü-Betrieb
- nächste Mathe V/Ü: 25.4.
- wahrsch. Präsenz (Mail folgt)
 - Ü nicht hybrid
 - V: hybrid, aber keine Garantie

Wdh

Welche einfachen Zählprinzipien?

Bsp

$GM \rightarrow K, K \rightarrow AC :$

$$3 \cdot 4 = 12$$

Rubik's Cube

$2+2 \dots +2$
(disjunkt)

nicht-disjunkt

Produktregel

Summenregel

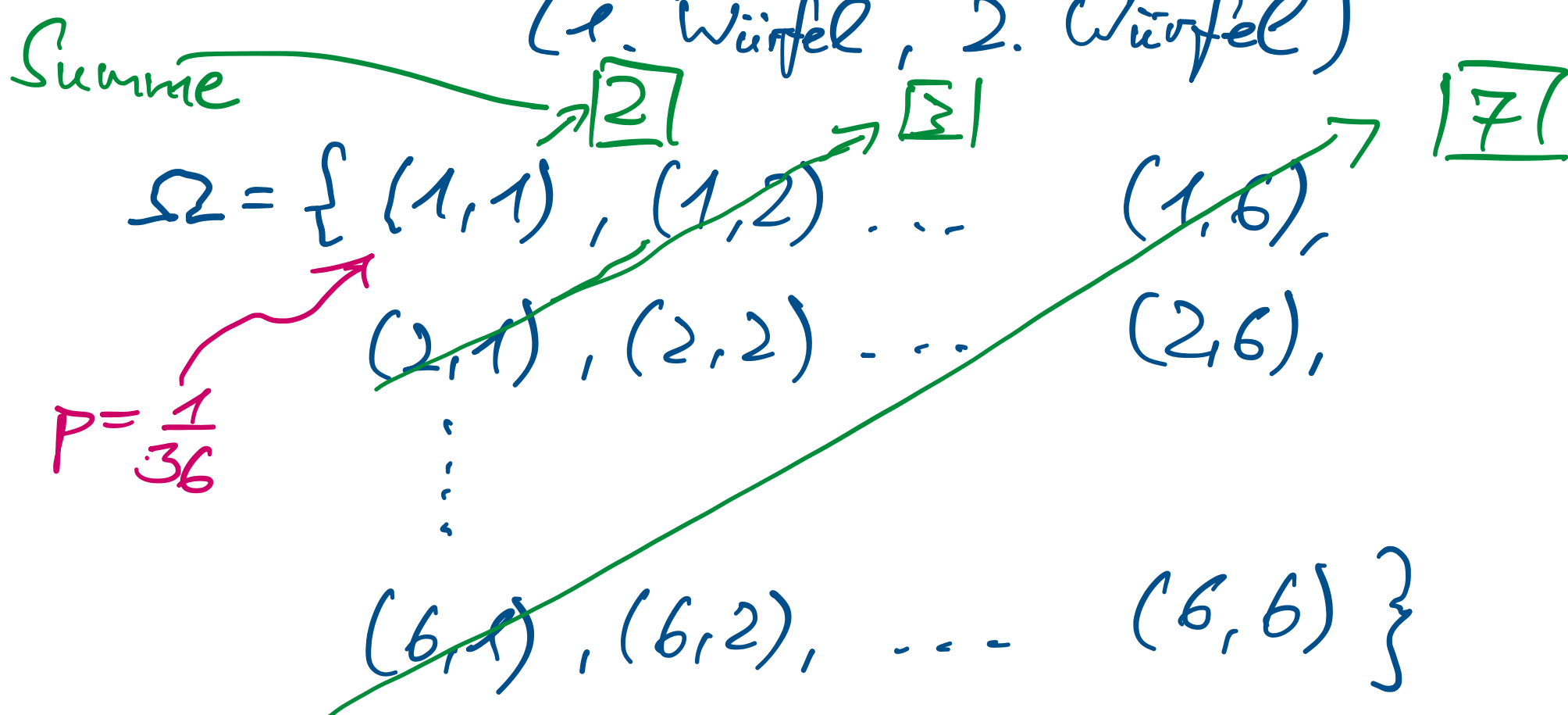
Inklusion / Exklusion

Laplacescher Spezialfall
" wahrsch.

Bsp Würfelsumme

Welche Ereignisse bei 2 Würfeln sind gleich wahrscheinlich

Schreibe Ereignisse als Liste
(1. Würfel, 2. Würfel)

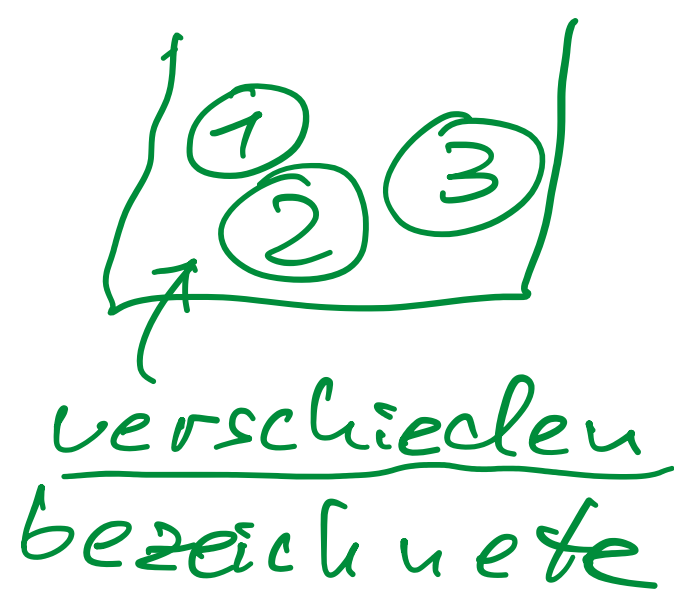


$$P(\text{Summe } 2) = \frac{1}{36}$$

$$P(\text{Summe } 3) = \frac{2}{36}$$

$$P(\text{Summe } 7) = \frac{6}{36}$$

Urnenexperimente



Wie so "verschieden"?

Urne mit 99 schwarzen, 1 weißen Kugel
Wären die Kugeln unterscheidbar
schwarzen

$$\Omega = \{S, W\} \rightarrow P(S) = \frac{1}{2} \text{ falsch } \checkmark$$

Wenn ich die schwarzen Kugeln
gedanklich durchnummeriere $S_1, \dots, S_{99}$

$$P(S) = P(S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_{99}) = \frac{99}{100} = 99\%$$

Formel Stichproben

1) ZmZ / geordnet

$$\underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k\text{-mal}} = n^k \text{ Mögl.}$$

2) ZoZ / geordnet

$$\underbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}_{k\text{-mal}} \text{ Mögl.}$$

$$= \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1}{(n-k) \cdot (n-k-1) \cdot \dots \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

3) ZoZ / ungeordnet (Lotto)

wie bei 2), nur dass wir die Permutationen der k -elementigen Listen

"rausdividieren": $k!$ ist die Anzahl

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-k)!} \cdot \frac{1}{k!} = \frac{n!}{(n-k)! k!} = \binom{n}{k}$$

4) ZmZ / ungeordnet (Wahl)

Bsp. Wahl (geheim) mit $n=3$ kand.

A, B, C und $k=10$ sei die Größe Stichprobe (Anzahl Wähler).

Ein mögl. Wahlausgang

AA B A C C B A A C

Ordnen, Trennblätter
 $n-1=2$

AA A A A | B B | C C C

$10+2 = n+k-1$ Zettel

Wahlausgang vollständig charakterisiert durch die Position der Trennblätter

$\Rightarrow$ Ziehen von $(n-1)$ Trennblattpositionen aus der Positionsmenge $\{1, 2, \dots, n+k-1\}$

ZoZ / ungeordnet

$$\Rightarrow \underline{\underline{\binom{n+k-1}{n-1}}} = \left[\binom{n+k-1}{k} \right]$$

$$\binom{100}{2} = \binom{100}{100-2} = \binom{100}{98}$$

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \left[\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \right]$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

Wieso genau $\binom{n}{k}$ Terme mit k a 's und $n-k$ b 's?

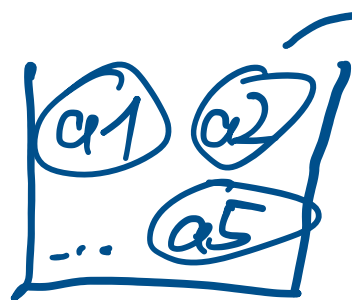
Dazu: Wir schreiben aus

$$(a+b)^n = \underbrace{(a+b)}_{(1)} \cdot \underbrace{(a+b)}_{(2)} \cdot \dots \cdot \underbrace{(a+b)}_{(n)}$$

Wieviele Terme mit genau k a 's?

$n=5, k=3$: Anzahl der Möglichkeiten wie wir $k=3$ a 's auf $n=5$ Plätzen platzieren können

a a b b a



Zuerst, 3x

a_2, a_1, a_5

Reihenfolge egal
= Kombi

$$\Rightarrow \binom{n}{k}$$

ü1) $Z \cup Z$, Variation

a) $n=26, k=4 : 26^4$ Mögl.

b) A: "nur aus ersten 5 Buchst." "

$n=5, k=4 \Rightarrow 5^4$ günstige

Laplace
 $\Rightarrow P(A) = \frac{5^4}{26^4} = 0.13\%$

ü2) a) $Z \circ Z$, geordnet, $n=8, k=3$

$8 \cdot 7 \cdot 6 = \frac{8!}{5!} = \underline{\underline{336}}$

b) Bezogen auf den 1. Platz = $\frac{1}{8}$

$\frac{1 \cdot 7 \cdot 6}{8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{1}{8} = 12.5\%$

ü3) a) $Z \circ Z$, ungeordnet (Kombination)

$\binom{n}{k} = \binom{49}{6} = \underline{\underline{13\,983\,816}}$

b) $\binom{49}{4}$ leider falsch

Schritt 1) Wir ziehen 4 Kugeln aus der 6-elementigen Richtig-Menge

$\binom{6}{4}$ Mögl. = 15

Schritt 2) Wir ziehen 2 Kugeln aus der $(49-6)$ -elementigen Falsch-Menge

$\binom{49-6}{2}$ Mögl. = 903

$P(\text{"4 Richtig"}) = \frac{15 \cdot 903}{13\,983\,816} \approx \frac{1}{1000}$