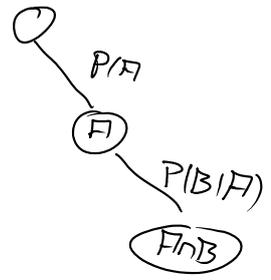


$P(A \cap B) = P(B|A) P(A)$ (gilt immer)

$\xrightarrow{\text{stat. unabh.}} = \frac{P(B) P(A)}{P(A) \neq 0}$

$\Rightarrow P(B|A) = P(B)$



ü Urne 4s, 6w

a) ohne Zurücklegen

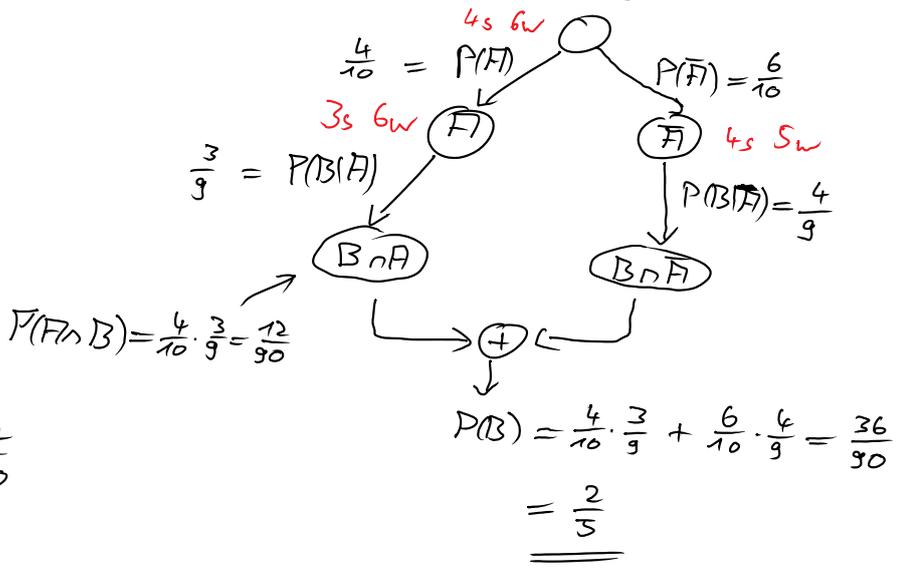
$P(B|A) = \frac{3}{9} \neq P(B) = \frac{2}{5}$

\Rightarrow stat. abh.

alternativ:

$P(A) P(B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{50} \neq \frac{12}{90}$

\Rightarrow stat. abh.



b) mit Zurücklegen

$P(A) = P(B) = \frac{4}{10} = P(B|A)$

\Rightarrow stat. unabh.

$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ " " (Mult. satz)

ü roter Würfel, blauer Würfel {1,2,3}

A: Der rote Würfel hat Augenzahl < 4 $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$

B: Die Augensumme beträgt 10 $P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
 $\{(4,6), (5,5), (6,4)\}$

$P(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$
 $0 \neq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12}$

\Rightarrow stat. abhängig

Merke: Unvereinbare Ereignisse mit endlicher Wahrsch.
sind immer stat. abhängig

⇒ Unvereinbar und unabhängig sind verschiedene Konzepte

[Bsp Party: "Wenn Adam auf Party, ^{genau} dann geht Eva nicht hin"

⇒ unvereinbar, aber nicht unabhängig]

Covid - Schnelltests

Mittwoch, 11. Mai 2022 11:45

Schnelltests haben (wie alle Diagnose-Tools) zwei Fehlerarten

	kr	g
pos	TP	FP
neg	FN	TN

	kr	g
pos	96.5%	0.5%
neg	3.5%	<u>99.5%</u>

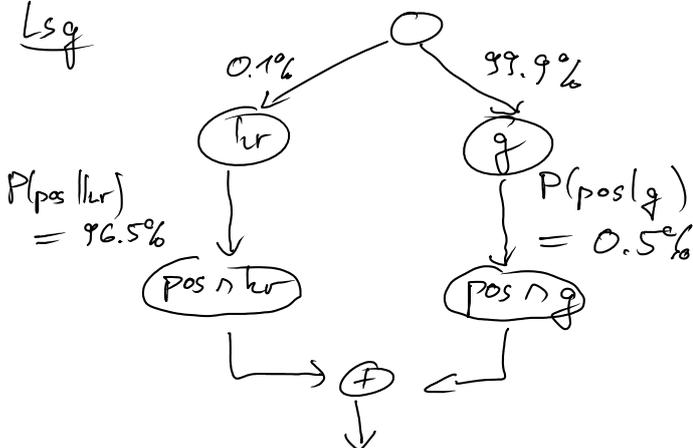
$$\Sigma \quad 100\% \quad 100\%$$

Sei die Inzidenzrate $\frac{100}{100000} = \underline{0.1\%} = P(kr)$

Frage: ^{Wenn} Test positiv: Mit welcher Wahrsch kr
 $P(kr|pos) = ?$

Schätzen	A	B	C
	< 30%	30-60%	> 60%
im Raum	2	6	3

Lsg



$$P(pos) = 0.1\% \cdot 96.5\% + 99.9\% \cdot 0.5\% = 0.596\%$$

Bayes

$$P(kr|pos) = \frac{P(pos|kr) \cdot P(kr)}{P(pos)} = \frac{96.5\% \cdot 0.1\%}{0.596\%} = \underline{\underline{16.2\%}}$$

Test also nutzlos ??

Nein!

$$P(kr|neg) = \frac{3.5\% \cdot 0.1\%}{0.995\%} = 3.5\% \cdot 10^{-5} = 0.00035\%$$

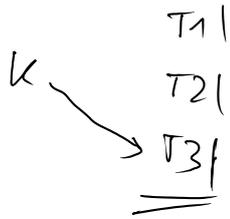
Nein!

$$P(\text{kr} | \text{neg}) = \frac{3.5\% \cdot 0.1\%}{3.5\% \cdot 0.1\% + 99.5\% \cdot 99.9\%} = 3.52 \cdot 10^{-5} = 0.003\%$$

Ein neg-Geher ist mit 99.997% gesund

Ziegenproblem

Mittwoch, 10. Mai 2022 12:04



Kandidat hat sich für Tür 3 entschieden

$A_1 =$ Auto hinter Tür 1

$A_2 =$ " " " 2

$A_3 =$ " " " 3

$$P(A_i) = \frac{1}{3}$$

$M_1 =$ Moderator öffnet Tür 1

Berechnen Sie

$$P(M_1|A_1) = 0\% \quad , \quad P(M_1|A_2) = 100\% \quad (\text{weil Mod } T_2, T_3 \text{ nicht darf})$$

$$P(M_1|A_3) = 50\% \quad (\text{" " } T_1 \text{ oder } T_2 \text{ darf})$$
$$P(M_1) \stackrel{\text{Stoch. Wahrsch}}{=} 0\% \cdot \frac{1}{3} + 100\% \cdot \frac{1}{3} + 50\% \cdot \frac{1}{3} = 50\%$$

Umentcheiden

Bayes

$$P(A_2|M_1) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(M_1|A_2) P(A_2)}{P(M_1)} = \frac{100\% \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = 66.\bar{6}\%$$

Bleiben

Bayes

$$P(A_3|M_1) \stackrel{\text{Bayes}}{=} \frac{P(M_1|A_3) P(A_3)}{P(M_1)} = \frac{50\% \cdot \frac{1}{3}}{50\%} = \frac{1}{3} = 33.\bar{3}\%$$

\Rightarrow "Umentcheiden" ist Faktor 2 besser!