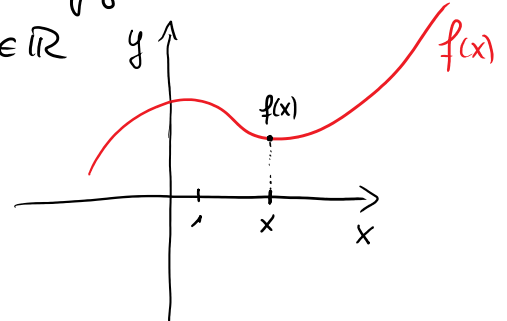


Unser Thema: Mehrdimensionale Analysis

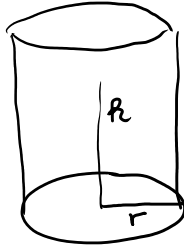
Im WS: Funktionen mit einer unabhängigen Variablen

$$y = f(x)$$

$$x \in \mathbb{R}$$



Bp:



$$V(r, h) = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Weiteres Bp: Wurfparabel $w(\alpha, v_0) = \frac{2v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$ (g Erdbeschw.)

Allgemein: $z = f(x, y)$ mit 2 Variablen

$$f: D \rightarrow \mathbb{R} \quad D \subset \mathbb{R}^n \quad x = (x_1, \dots, x_n) \text{ n-Tupel}$$

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}$$

Funktion mit n unabhängigen Variablen

Schreibweise für $n=2$: $z = f(x, y)$

↑
abhängige Variable ↑
unabhängige Variablen

Darstellungsmöglichkeiten

zunächst $n=2$ (2 unabh. Variablen)

1) Analytische Darstellung $z = f(x, y)$ explizit
 $F(x, y, z) = 0$ implizit

2) Funktionstabelle (Wertetabelle)

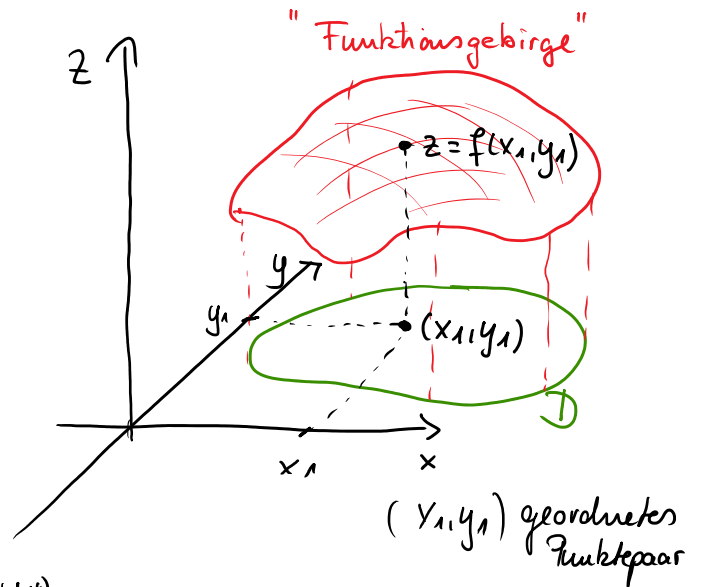
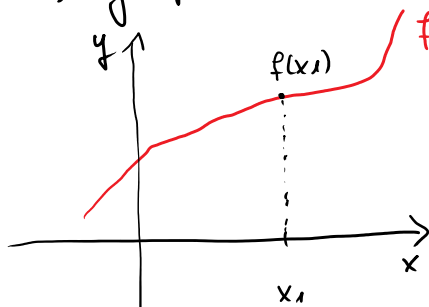
$x \backslash y$	y_1	y_2	y_3	$\dots$	y_m
x_1	z_{11}				$z_{1m} = f(x_1, y_m)$
x_2					
$\vdots$					
x_n					

$z_{11} = f(x_1, y_1)$

$z \uparrow$

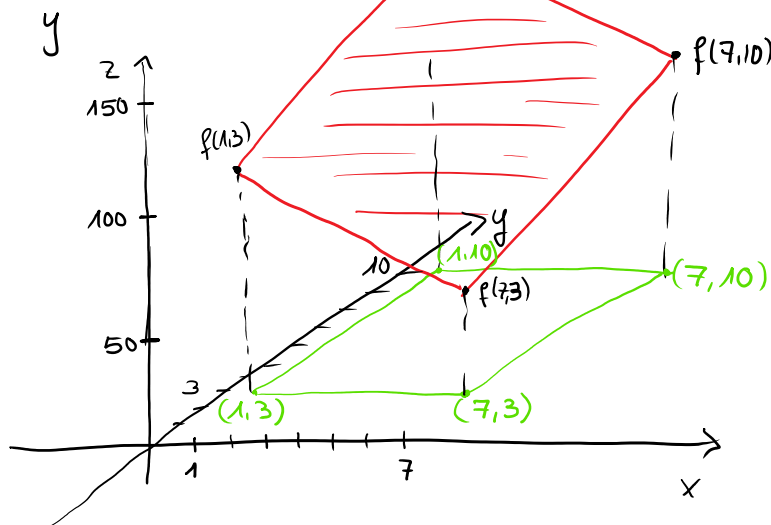
"Funktionsgebirge"

3) Graphische Darstellung



$$f(x, y) = 110 - 10x + 5y$$

Bp:



$$1 \leq x \leq 7$$

$$3 \leq y \leq 10$$

$$f(1, 3) = 115$$

$$f(7, 3) = 55$$

$$f(1, 10) = 150$$

$$f(7, 10) = 90$$

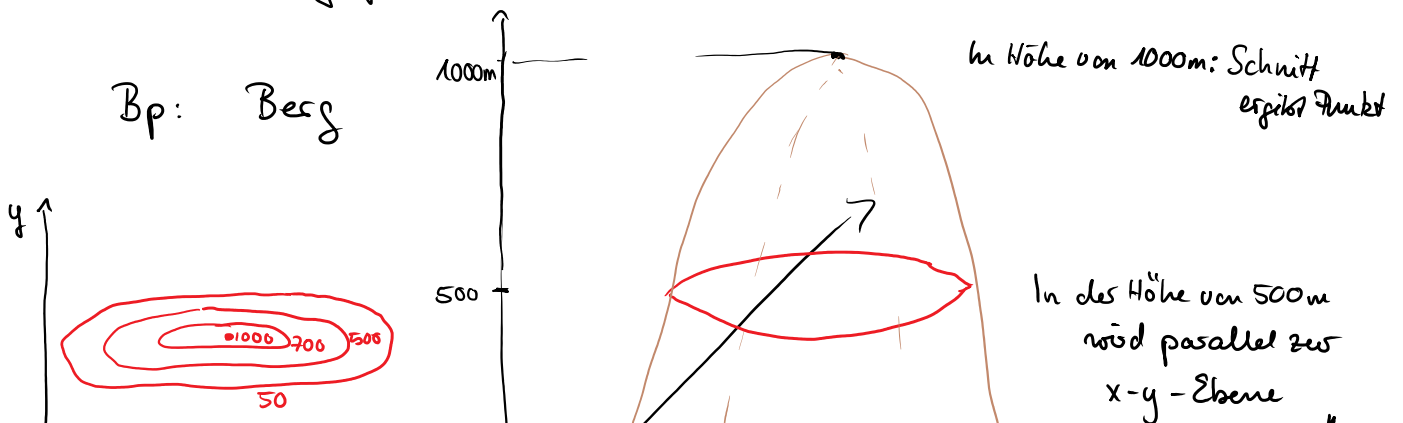
Ebene : lineare Funktion

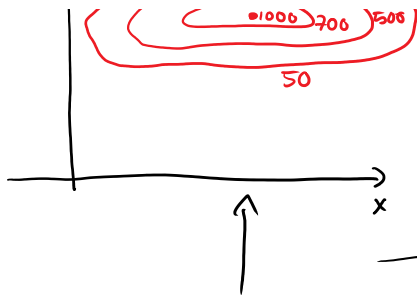
Funktionsgebirge : nicht lineare Funktionen

$$\left. \begin{array}{l} \text{Bp: } z = f(x, y) = 7 - 9x^3 + x \cdot y + 5y^2 \\ z = f(x, y) = x \cdot \sin y + y \cdot \cos x \\ z = f(x, y) = y + \ln x + e^{x \cdot y} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Flächen im } \mathbb{R}^3 \\ \text{3D-Funktionen} \end{array}$$

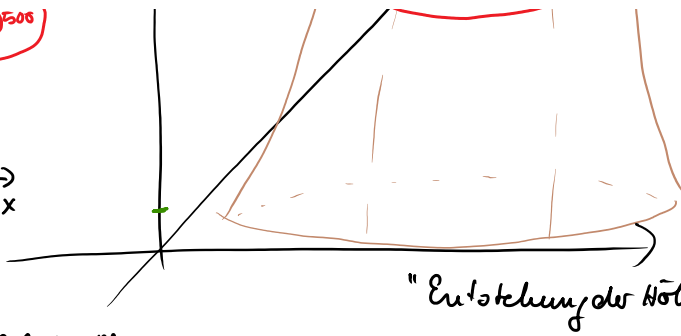
Frage : Wie kann man sich eine Vorstellung verschaffen, wie gegebene 3D-Funktionen verlaufen?

Bp: Berg





Höhenlinien diagramm
"z wird festgehalten"



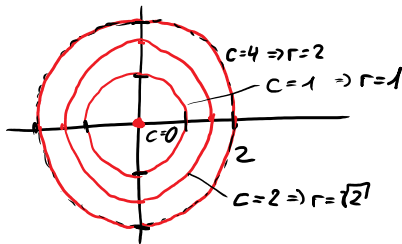
wird parallel zur
x-y-Ebene
geschnitten"

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Kreisgleichung

Bp: $z = f(x, y) = x^2 + y^2$
Wähle $z = c = \text{konstant}$

$C = 0$	: $x^2 + y^2 = 0$	$x = 0, y = 0$
$C = 1$	: $x^2 + y^2 = 1$	Kreis um 0 mit Radius 1
$C = 2$	: $x^2 + y^2 = 2$	Kreis um 0 mit Radius $\sqrt{2}$
$C = 4$	: $x^2 + y^2 = 4$	Kreis um 0 mit Radius 2



Um eine weitere Vorstellung zu erhalten, wählt man Schnittebenen parallel zur
x-z-Ebene : y konstant $C = 0, 1, 2, 4$
bzw y-z-Ebene : x konstant $C = 0, 1, 2, 4$

x-z-Ebene : $z = f(x, y) = x^2 + y^2$

$z = f(x, y) = x^2 + C^2$

$C = 0$	: $z = x^2 + 0^2 \Rightarrow z = x^2$
$C = 1$	: $z = x^2 + 1^2 \Rightarrow z = x^2 + 1$
$C = 2$	: $z = x^2 + 2^2 \Rightarrow z = x^2 + 4$

y-z-Ebene : $z = f(x, y) = C^2 + y^2$

