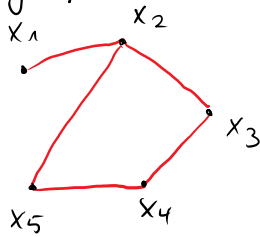
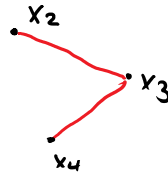


Vorlesung 27.6.2022

Def: Untergraph

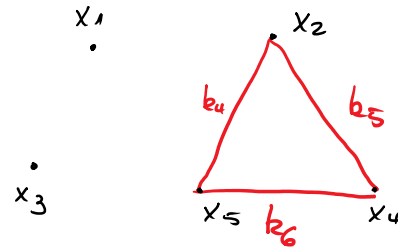
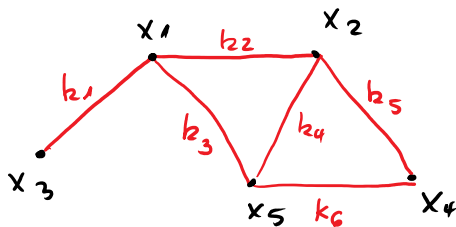


Untergraph durch Weglassen von x_1 und x_5 :



Def: Teilgraph

entsteht aus einem Graphen, indem Kanten weggelassen werden



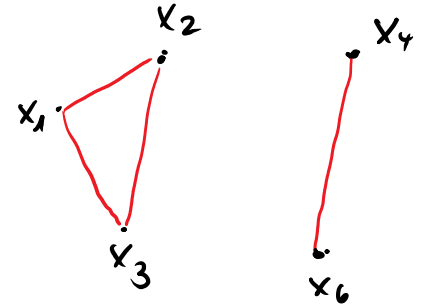
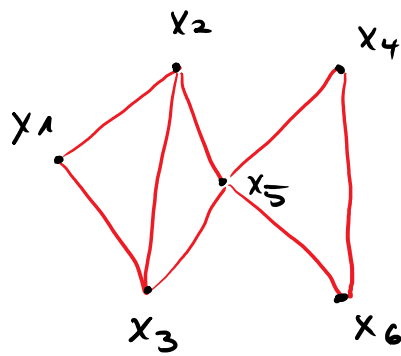
Def: trennende Knoten (Artikulationspunkte)

Der Zusammenhang ist nach Herausnahme des Knotens und der anliegenden Kanten nicht mehr gegeben.

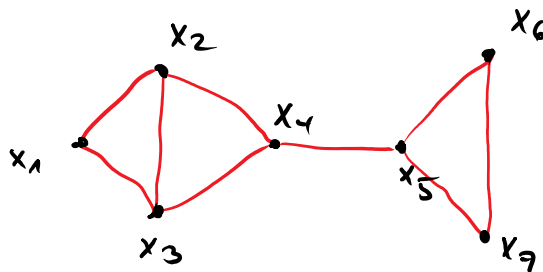
Def: Brücke

Der Zusammenhang ist nach Herausnahme der Kante nicht mehr gegeben.

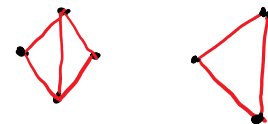
Bp:



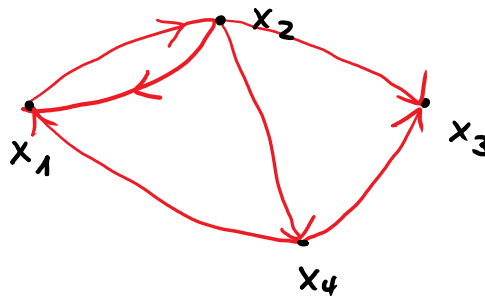
x_5 ist Artikulationspunkt



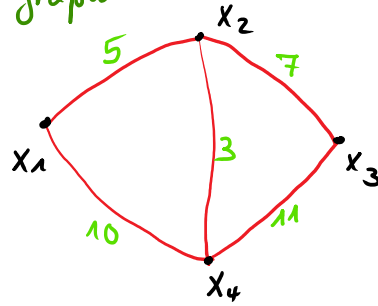
Kante $\{x_4, x_5\}$ ist Brücke



Def: (gerichteter Graph) Digraph



Def: bewerteter Graph (Graph mit Kantenbewertungen)
 gewichteter Graph



Schon gemacht: Adjazenzmatrix

für ungerichtete Graphen: $A = (a_{ij})$ mit $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{falls } x_i x_j \text{ Kante} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
 A ist symmetrisch

für gerichtete Graphen: $A = (a_{ij})$ mit $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls} \\ & \text{Kante von } x_i \\ & \text{nach } x_j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
 A ist nicht symmetrisch
 zwingend

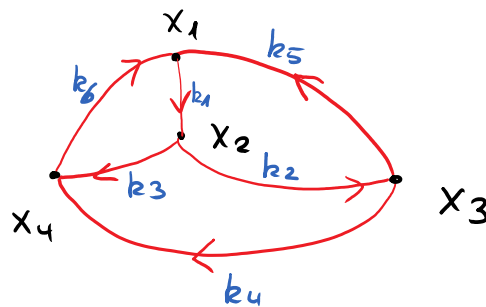
Def: Inzidenzmatrix

Geg: G mit Knoten x_i $i=1, \dots, n$
mit Kanten k_j $j=1, \dots, k$

$$B = (b_{ij})_{(n \times k)} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } k_j \text{ mit } x_i \text{ inzidiert} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Im Falle eines Digraphen: $b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn } k_j \text{ von } x_i \text{ ausgeht} \\ -1 & \text{wenn } k_j \text{ in } x_i \text{ ankommt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Bp:



Inzidenzmatrix:

$$\begin{matrix} & k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & k_5 & k_6 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Def: Weg, Kantenfolge

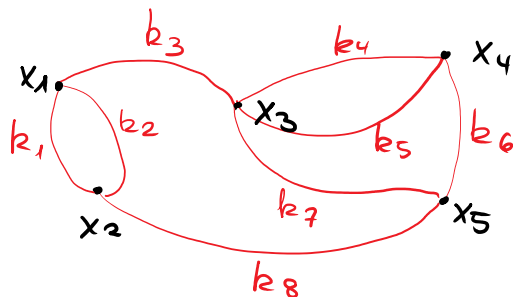
G

Ein Teilgraph G^* mit der Eigenschaft $V(k_i) = \{x_{i-1}, x_i\}$
 $i=1, \dots, m$

heißt Weg oder Kantenfolge, wenn die Knoten paarweise verschieden sind

Anfangsknoten = Endknoten : Zyklus, Kreis

Bp:



Kantenfolge:

k_1, k_3, k_4, k_6

Von x_2 nach x_5

Weg:

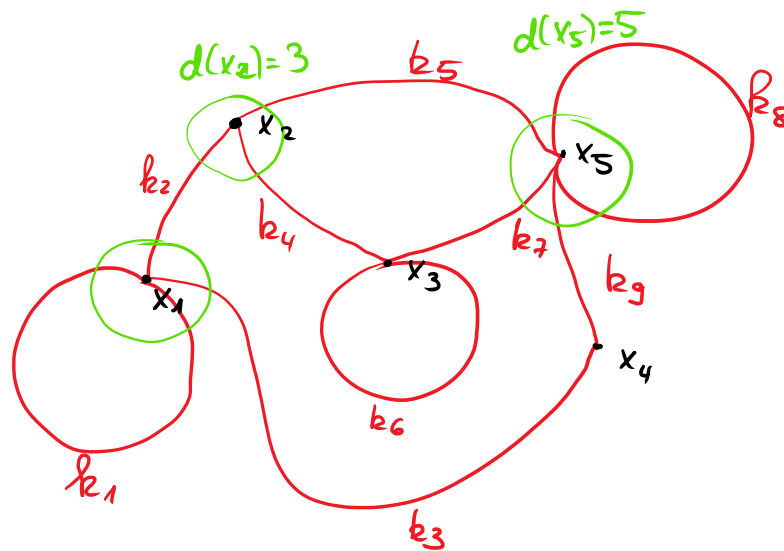
x_2, x_1, x_3, x_4, x_5

Def: Kantenzug, Kantenzug, Kantenzug

Def: Eulerzug

Ein Kantenzug, der jede Kante eines Graphen genau einmal enthält

Bp:



Start bei x_2

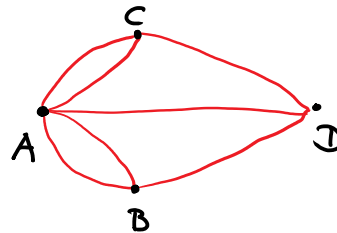
$k_5 k_8 k_7 k_6 k_4 k_2 k_1 k_3 k_9$

Ende bei x_5

Satz (Euler 1736)

Ein endlicher, ungerichteter, nicht notwendig schlichter Graph besitzt genau dann eine Euler'sche Linie, wenn G bis auf isolierte Knoten zusammenhängend ist und die Zahl z der Knoten mit ungeradem Grad höchstens 2 ist.

Königsberger Brückenproblem :



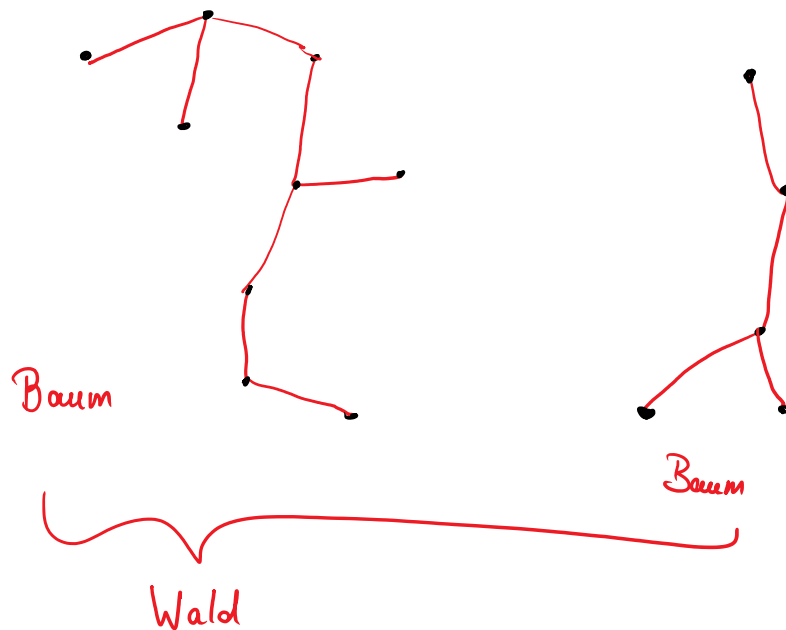
Alle Knoten
haben ungeraden
Knotengrad! $\checkmark$

Nebenbem :

Ein Weg, der jeden Knoten eines Graphen genau einmal enthält,
heißt
Hamilton'sche Linie

Bäume und Wälder

Def: Baum Ein zusammenhängender Graph ohne geschlossene Kantenzüge



Satz: Ein Baum mit n Knoten hat genau $n-1$ Kanten

Beweis: durch vollständige Induktion

Wo findet man Bäume?

Informatik

Datenstrukturen

Ablaufbäume

Entscheidungsbäume

Binärbäume

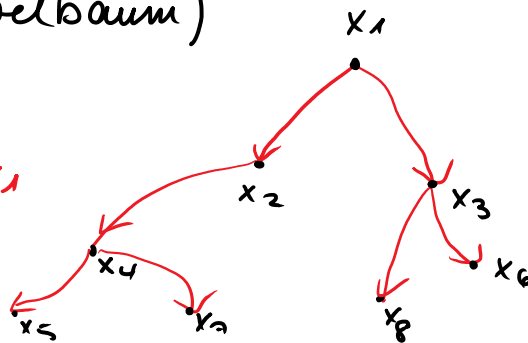
Biologie

Stammbäume

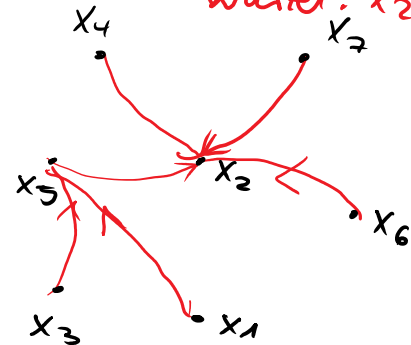
Def: (Wurzelbaum)

Out-Tree

Wurzel: x_1



In-Tree
Wurzel: x_2



Am Mittwoch : Binärbäume