Bereiten Sie die Aufgaben parallel zu den in der Vorlesung besprochenen Themen für die nächsten Übungsstunden jeweils vor!

Aufgabe 1

Gegeben ist ein Graph G = (M,K,v) mit der Knotenmenge $M=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$ und der Kantenmenge $K=\{k_1,k_2,k_3,k_4,k_5,k_6,k_7,k_8,k_9,k_{10}\}$

v sei die Abbildung, die jeder Kante aus K zwei Knoten aus M zuordnet und zwar in folgender Weise:

$v(k_1)=(x_1,x_2)$, $v(k_2)=(x_1,x_6)$, $v(k_3)=(x_2,x_5)$, $v(k_4)=(x_2,x_6)$,

$v(k_5)=(x_3,x_1)$, $v(k_6)=(x_3,x_4)$, $v(k_7)=(x_4,x_2)$, $v(k_8)=(x_4,x_5)$,

$v(k_9)=(x_5,x_6)$, $v(k_{10})=(x_6,x_3)$

Bem.: Die Bezeichnung von Knoten und Kanten sowie der Abbildung v entspricht der Nomenklatur der Vorlesung.

a) Zeichnen Sie diesen Graphen
b) Ist dieser Graph schlicht?
c) Was ändert sich am Graphen, wenn statt der runden Klammern bei der Angabe der Abbildung die geschweiften Mengenklammern stehen?
d) Geben Sie für diesen Graphen die Adjazenzmatrix und die Inzidenzmatrix an.

Aufgabe 2

Wie viele Kanten besitzt ein vollständiger ungerichteter Graph mit n Knoten? Beweisen Sie Ihre Aussage mit einem geeigneten Beweisverfahren (wenn Sie es nicht kennen, dann eignen Sie es sich an: Stichwort Vollständige Induktion)

Aufgabe 3

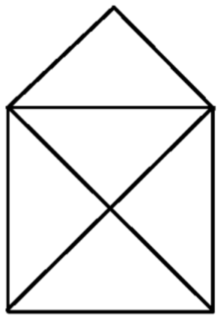
Zeichnen Sie einen Graphen mit folgenden Eigenschaften, die alle gelten sollen: Der Graph besitze 5 Knoten, er ist zusammenhängend und er ist schlicht, ein Knoten habe den Knotengrad 4, die anderen vier Knoten haben den Knotengrad 2.

Aufgabe 4

Sechs Personen vereinbaren, dass jede von ihnen mit genau drei der übrigen telefoniert. Ist das möglich? Wie sieht der Graph dazu aus? Bei welchen Zahlenkombinationen (Anzahl der Personen, Anzahl der Telefonpartner) ist dies allgemein möglich bzw. nicht möglich?

Aufgabe 5

a) Als Einleitung jeder Vorlesung mit dem Thema Graphentheorie wird das Königsberger Brückenproblem erläutert (s. Vorlesung). Dieses Problem wird häufig als Beginn der Graphentheorie bezeichnet. Zeichnen Sie sich noch einmal den Graphen auf, der zu diesem Brückenproblem gehört und überlegen Sie, wie man es, durch richtiges Hinzufügen von weiteren Brücken lösen kann!
b) Das Spiel „Haus vom Nikolaus" besteht darin, unten stehende Figur ohne abzusetzen zu zeichnen. Das ist auch eine Art Brückenproblem, warum? Wo müssen Sie mit dem Stift ansetzen, damit das auch gelingt und warum gelingt das?

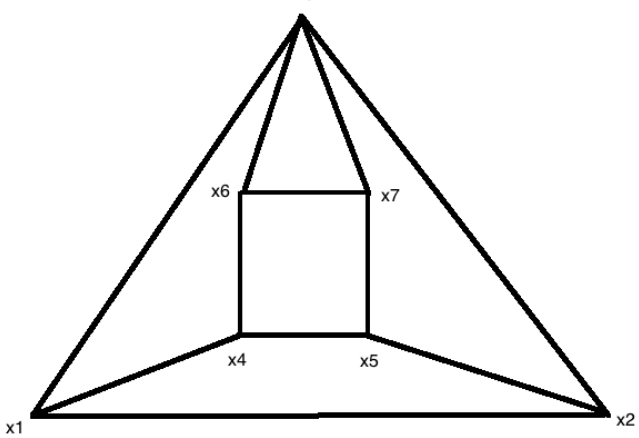


Aufgabe 6

a) Wie kann man anhand der Adjazenzmatrix feststellen, ob ein Graph isolierte Knoten besitzt?
b) Wie kann man anhand der Adjazenzmatrix feststellen, ob ein Graph Schleifen besitzt?
c) Wie kann der Knotengrad aus der Adjazenzmatrix bestimmt werden?

Aufgabe 7

Bestimmen Sie von folgendem Graphen die Adjazenzmatrix:



Aufgabe 8

a) Konstruieren Sie den **Huffman-Baum** für folgende Aussage:

FISCHERS FRITZ FISCHT FRISCHE FISCHE

Wie lautet der Code für das F, wie für das I

b) Gegeben sind folgende Codes:

- o=000 p=001 t=011 b=0100 m=0101 i=10 s=11
- o=000 p=001 t=011 b=0010 m=1101 i=10 s=11

Einer davon ist ein Präfixcode (präfixfreier Code). Welcher? Erläutern Sie Ihre Entscheidung und entschlüsseln Sie dann folgende Bitfolge:

010110111110111110001001100100000000011

Aufgabe 9

a) Sind die beiden folgenden Graphen isomorph? Wenn ja, geben Sie die zugehörige bijektive Abbildung (Isomorphismus) an und begründen Sie Ihr Vorgehen.