

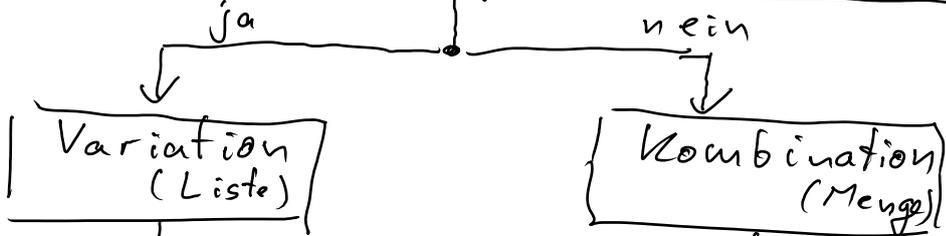
# Systematische Kombinatorik

Problem in Teilschritte zerlegbar?

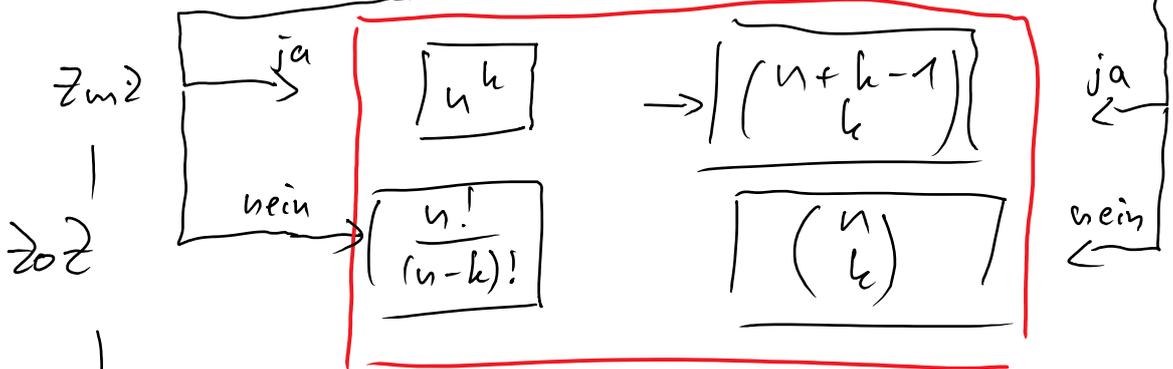


je Teilschritt

Reihenfolge der ausgewählten El. wichtig?



Treten El. mehrfach auf?



Bew. zu Formel  $\binom{n+k-1}{n-1}$  für  $z \in \mathbb{Z}$ , Kombination

Bsp. Wahl:  $n = 3$  Kandidaten  $A, B, C$   
 $k = 10$  Wähler

Mögl. Wahlausgang z.B.  $ABAAACCBAAAA$

Wahlleiter sortiert  $AAAAAAABBC$

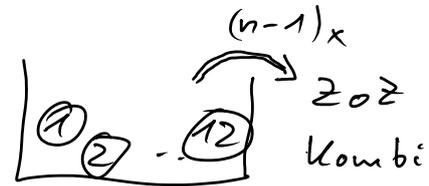
legt  $n-1$  Trennblätter

$AAAAAA \mid BB \mid CC$   
 im Bsp  $\uparrow_7$   $\uparrow_{10}$

insges  
 $k+n-1$   
 $= n+k-1$   
 Blätter

Die Position der Trennblätter charakterisiert den Wahlausgang eindeutig. Wie viele Möglichkeiten

Positionsmenge  $\{1, 2, \dots, 12\}$   $\sqrt{n+k-1}$



$\Rightarrow \binom{n+k-1}{n-1}$  Möglichkeiten

Ü4

Erste Schritt: In wie vielen Positionen können die a's auftreten

|    |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|
|    |   | 1 | 2 |   |   |
|    |   | ↓ | ↓ |   |   |
| 1  | a | a | * | * | * |
| 2  | a | * | a | * | * |
| 3  | a | * | * | a | * |
| 4  | a | * | * | * | a |
| 5  | * | a | a | * | * |
| 6  | * | a | * | a | * |
| 7  | * | a | * | * | a |
| 8  | * | * | a | a | * |
| 9  | * | * | a | * | a |
| 10 | * | * | * | a | a |

Zuz. aus Positionsmenge  $\binom{5}{2} = \binom{5}{2} = 10$

Zx, Kombi

Zweite Schritt: 3 \* mit b oder c besetzen:  $2^3$  Möglichkeiten

Insgesamt  $10 \cdot 2^3 = \underline{\underline{80}}$  Wörter

Ü5

n=3 Kand., k=60 Wähler, Zuz., Kombi

$$\binom{n+k-1}{n-1} = \binom{62}{2} = \underline{\underline{1891}} \text{ Wahlausgänge}$$

# Zufallsvariablen

zuf. Ereignisse (a) bewerten (mit einer Zahl versehen)  
 (b) mit einer Wahrsch. versehen

( $\Rightarrow$  macht Chat GPT auch  $\swarrow$  Zufallsvariable  
 Alpha Go  $P(X=1)$  wenn nächste Aktion A ist  
 $\underbrace{\hspace{2cm}}$  Sieg

## Bsp. Augensumme zweier Würfel

| $x_m$ | $\omega$ mit $X(\omega) = x_m$ | $p_m$<br>$= P(X = x_m)$ | $F(x_m)$<br>$= P(X \leq x_m) = \sum_{x \leq x_m} P(X=x)$ |
|-------|--------------------------------|-------------------------|--|
| 2     | (1,1)                          | 1/36                    | 1/36   |
| 3     | (1,2) (2,1)                    | 2/36                    | 3/36   |
| 4     | (1,3) (2,2) (3,1)              | 3/36                    | 6/36   |
| 5     | (1,4) (2,3) (3,2) (4,1)        | 4/36                    | 10/36  |
| 6     | (1,5) ... (5,1)                | 5/36                    | 15/36  |
| 7     | (1,6) ... (6,1)                | 6/36                    | 21/36  |
| 8     | (2,6) ... (6,2)                | 5/36                    | 26/36  |
| 9     | (3,6) ... (6,3)                | 4/36                    | 30/36  |
| 10    | (4,6) ... (6,4)                | 3/36                    | 33/36  |
| 11    | (5,6) (6,5)                    | 2/36                    | 35/36  |
| 12    | (6,6)                          | 1/36                    | 36/36 = 1  |

$P(X=4 \vee X=5) = \frac{7}{36}$

$$\sum x_m p_m = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + \dots + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = \underline{\underline{7}}$$

$= E(X) = \text{Erwartungswert von } X$

$$\binom{a}{b} = \binom{a}{a-b}$$

