

V2023-04-24

Montag, 24. April 2023 10:52

Klausur rein sieht 26.4. 12⁴⁵ - 13³⁰, R3.230

Mo. 1.5. kein V+Ü

Mo. 8.5. normal V+Ü

Mi 10.5. normal V

$$E(X) = \sum_m x_m P(X=x_m) \\ = \sum_m x_m p_m$$

Ü1	Augensumme	G	X=G-E	Y=G	Einsatz E=1€	
					0	p _m
	12	20€	19€	20€	(6,6)	$\frac{1}{36}$
	11	5€	4€	5€	(6,5) (5,6)	$\frac{2}{36}$
	< 11	0€	-1€	0€	der Rest	$1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36}$

$$E(X) = 19 \cdot \frac{1}{36} + 4 \cdot \frac{2}{36} - 1 \cdot \frac{33}{36} = -\frac{6}{36} = -\frac{1}{6} < 0 \Rightarrow \text{nicht spielen!}$$

$$E(Y) = 20 \cdot \frac{1}{36} + 5 \cdot \frac{2}{36} + 0 = \frac{30}{36} = \frac{5}{6} < 1 \Rightarrow \text{nicht spielen!}$$

Ü2

d	G	Ereignisse ω	P_m
5	30€	(6,1) (1,6)	$\frac{2}{36}$
4	10€	(1,5) (5,1) (2,6) (6,2)	$\frac{4}{36}$
<4	0€	...	...

Sei $X = G$

$$E(X) = \sum_m x_m p_m = 30 \cdot \frac{2}{36} + 10€ \cdot \frac{4}{36} + 0 = \frac{100}{36} = 2 + \frac{28}{36} \\ \underline{\underline{> 2}} \quad (\text{Einsatz})$$

$\Rightarrow$ SPIELEN!

Ü3

Rendite R	P_m
0	20%
1.20	70%
3.00	10%

$$E(R) = 0 + 1.2 \cdot 70\% + 3 \cdot 10\% \\ = 1.14$$

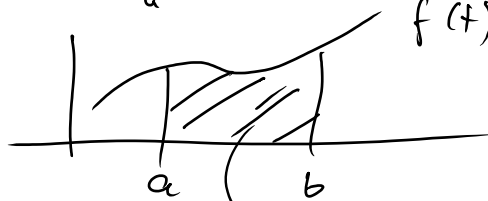
$\Rightarrow$ Rendite 14%,
besser als 3% Sparbuch

Motivation

Worin erinnert $F(b) - F(a) = P(a \leq X < b)$

Integral, Stammfkt

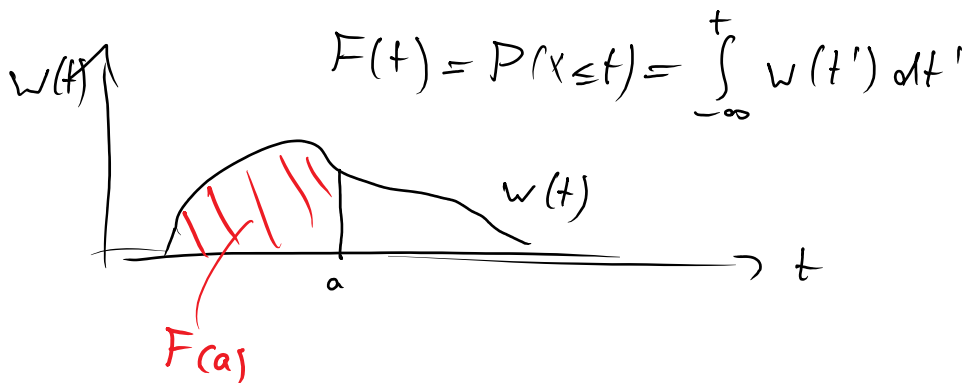
$$I = \int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a) \quad \text{wenn } F \text{ Stammfkt zu } f$$



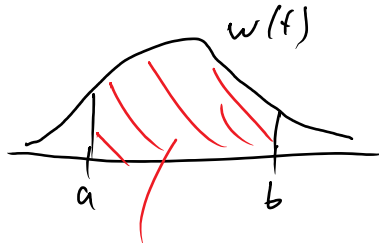
$$I = F(b) - F(a)$$

Welches f ? Eine Funktion, die F als Stammfunktion hat,

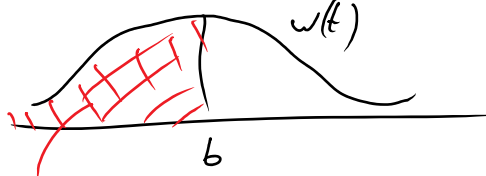
Wir nennen $f(t) = w(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte od. Dichtefunktion



Wichtiges visuelles Hilfsmittel:
Spezialfall $a = -\infty$

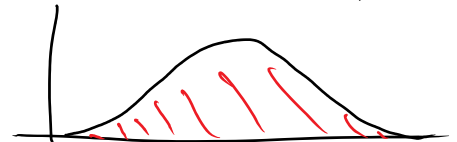


$$\begin{aligned} P(a < X \leq b) \\ &= \int_a^b w(t) dt \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(X \leq b) &= P(X < b) \\ &= \int_{-\infty}^b w(t) dt \\ &= F(b) \end{aligned}$$

Spezialfall $a = -\infty$
 $b = +\infty$



$$\begin{aligned} P(-\infty < X < +\infty) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} w(t) dt \\ &= 1 \end{aligned}$$

Beweis zu $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

$$\underbrace{P(X \leq a)}_{F(a)} + P(a < X \leq b) = P(\underbrace{(X \leq a)}_{\text{zwei}} \vee \underbrace{(a < X \leq b)}_{\text{disjunkte Ereignisse}})$$

$$= \underbrace{P(X \leq b)}_{F(b)}$$

$$\Rightarrow F(a) + P(a < X \leq b) = F(b)$$

$$\Rightarrow P(a < X \leq b) = F(b) - F(a) \quad \text{q.e.d.}$$