

Vorlesung Mathematik 2 3.7.23

Wdh: Bedeutung der Potenzen der Adjazenzmatrix
Anzahl der vorhandenen Wege einer bestimmten Länge

Isomorphe Graphen

Durchlaufen von Graphen

Def. (aufspannende Bäume, Gerüste)

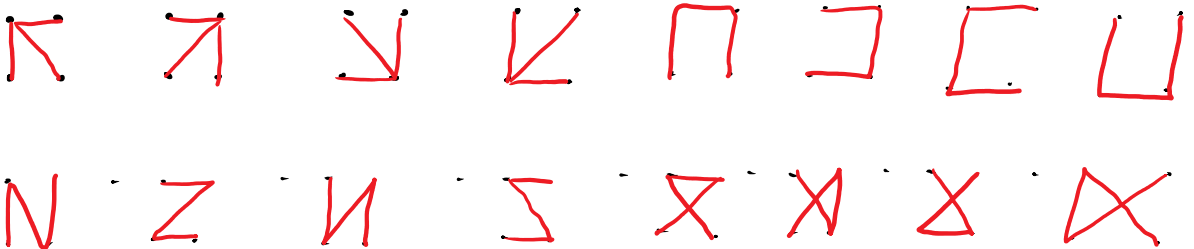


Cayley-Formel

Ein vollst. Graph mit n Knoten

hat n^{n-2} aufspannende Bäume

$n=4 \quad 4^{4-2} = 4^2 = 16$ aufsp. Bäume



Gerüste in bewerteten Graphen: minimal aufspannende Bäume (MST)

Sei T ein aufspannender Baum eines bewerteten Graphen G ^{minimum spanning tree}

T heißt MST $\Leftrightarrow$ die Summe seiner Kantenbewertungen ist minimal

Allgemein: Suchalgorithmen (jeden Knoten mindestens einmal besuchen)

Zunächst: Auswahl eines Startknotens

1) Tiefensuche

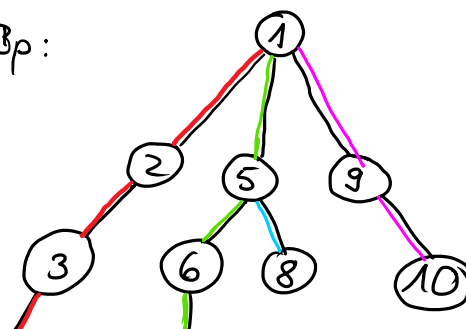
Bp:

Startknoten ①

Nachfolger ②

Nachfolger ③

Nachfolger ④



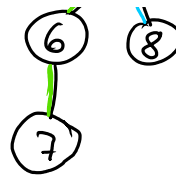
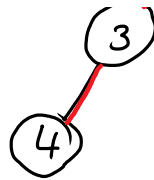
Nachfolger ⑤

Nachfolger ⑥

Nachfolger ⑦

⑦ kein Nachfolger

Nachfolger ③
 Nachfolger ④
 ④ kein Nachfolger
 zurück nach ③ → kein Nachfolger
 zurück nach ② → kein Nachfolger
 ↓
 zurück nach ①

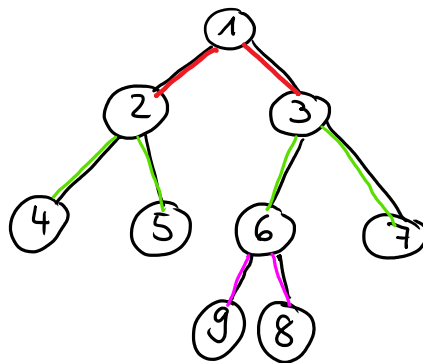


⑦ kein Nachfolger
 zurück nach ⑤
 Nachfolger ⑧
 ⑧ kein Nachfolger
 zurück nach ①
 Nachfolger ⑨
 Nachfolger ⑩

alle Knoten besucht!

2) Breitensuche

Bp:



Startknoten ①

Markiere alle Nachfolger von ①

Markiere alle Nachfolger von ② und ③

Markiere alle Nachfolger von ⑥

Wie findet man einen MST?

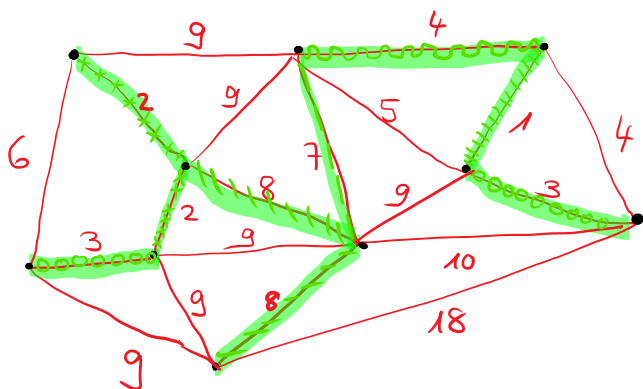
Algorithmus von Kruskal (1928-2010)

(veröffentlicht 1956)

Anzuwenden auf einen ungerichteten bewerteten Graphen

- 1) Suche in G (bewertet) die Kante mit dem kleinsten Gewicht
Falls diese Kante mit den bereits markierten einen Zyklus bildet, dann verwerfen, sonst markieren
- 2) Dieser Schritt wird so oft wiederholt, bis nichts mehr hinzugefügt werden kann.

Bp:



Minimale Kantengewertung: 38

Kante mit dem kleinsten Gewicht
1

Kante mit dem kleinsten Gewicht
2,2

Kante mit dem kleinsten Gewicht
3,3

Kante mit dem kleinsten Gewicht
4
Achtung: nur eine!

Kante mit dem kleinsten Gewicht
5, 6

7
8,8

keine weiteren Markierungen möglich

Bp: Sieben Dörfer sollen durch Straßen verbunden werden

Kantenbewertung sind Baukosten

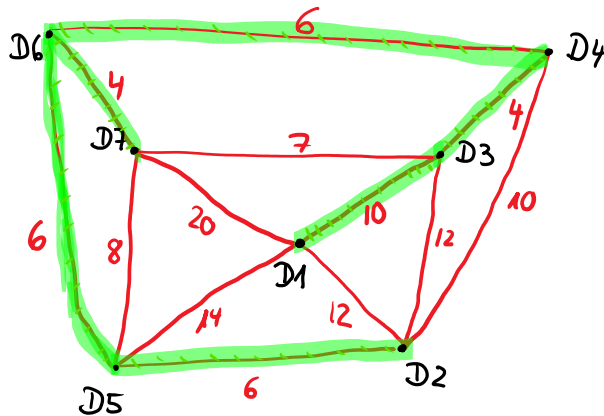
Ziel: Baukosten minimal

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
D1	0	12	10	0	14	0	20
D2	12	0	12	10	6	0	0
D3	10	12	0	4	0	0	7
D4	0	10	4	0	0	6	0
D5	14	6	0	0	0	6	8
D6	0	0	0	6	6	0	4
D7	20	0	7	0	8	4	0

Zeichnen Sie den Graphen
kreuzungsfrei und bestimmen
Sie mit dem Algorithmus
von Kruskal den MST mit
den minimalen Baukosten.

D5	14	6	0	0	0	6	8
D6	0	0	0	6	6	0	4
D7	20	0	7	0	8	4	0

von Kruskal den MST mit
den minimalen Baukosten.



MST : 36

Bestimmung kürzester Wege in bewerteten Graphen

Algorithmus von Dijkstra (1930 - 2002)

single source shortest paths

all pairs shortest paths

Markierungsalgorithmus von Dijkstra (auch ein Greedy-Algorithmus)
(veröffentlicht 1959)

Grundidee: man wählt immer diejenige Kante aus, die vom Startknoten aus
den kürzesten Abschnitt (Summe der Kantenbewertungen der
bereits markierten Kanten + der neuen) liefert.