

Vorlesung Mathematik 2 5.7.23

Markierungsalgorithmus von Dijkstra (1959 veröffentlicht)

(Greedy-Algorithmus)

Auffinden kürzester Wege von einem Knoten aus zu allen übrigen ("single source shortest paths")

Bp. 1) Markiere den Startknoten : x_7

$$D(x_7) = 0$$

Iteration 1 $M^* = \{x_2, x_4, x_5, x_6, x_9, x_{10}\}$ Menge der zu x_7 benachbarten Knoten

x_i	x_2	x_4	x_5	x_6	x_9	x_{10}
$d(x_i)$	12	7	5	9	2	4

$$D(x_9) = 2$$

Markiere Kante $\{x_7, x_9\}$

Iteration 2 $M^* = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_{10}\}$

Menge der zu x_7 und x_9 benachbarten Knoten

x_5	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_{10}
$D^*(x_5)$	12	8	3	5	9	4

$$D(x_4) = 3$$

Markiere Kante $\{x_9, x_4\}$

Iteration 3 $M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_{10}\}$

x_3	x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_{10}
$D^*(x_3)$	14	12	6	5	9	4

$$D(x_{10}) = 4$$

Markiere Kante $\{x_7, x_{10}\}$

Iteration 4 $M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_5, x_6, x_8\}$

x_5	x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_8
$D^*(x_5)$	14	12	6	5	9	16

$$D(x_5) = 5$$

Markiere Kante $\{x_7, x_5\}$

Iteration 5 $M^* = \{x_1, x_2, x_3, x_6, x_8\}$

$$D(x_3) = 6$$

x_3	x_1	x_2	x_3	x_6	x_8
$D^*(x_3)$	14	12	6	9	7

Markiere Kante $\{x_4, x_3\}$

Iteration 6 $M^* = \{x_1, x_2, x_6, x_8\}$

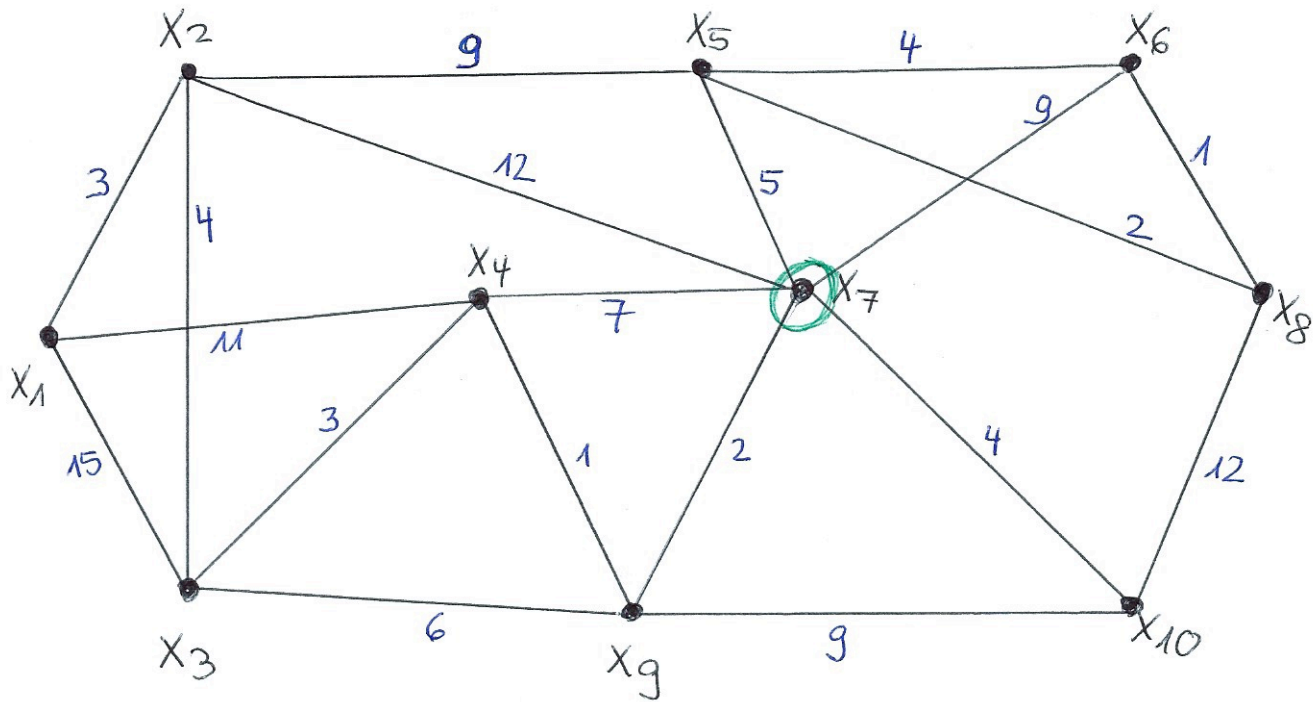
x_5	x_1	x_2	x_6	x_8
$D^*(x_5)$	14	10	9	7

$$D(x_8) = 7$$

Markiere Kante $\{x_5, x_8\}$

$2+1+3+4$

$5+2$



$\mathcal{D}^*(x_5)$	14	10	9	<u>7</u>
		2+1+3+4		5+2

Markiere Kante $\{x_5, x_8\}$

Iteration 7 $M^* = \{x_1, x_2, x_6\}$

x_5	x_1	x_2	x_6
$\mathcal{D}^*(x_5)$	14	10	<u>8</u>

$\mathcal{D}(x_6) = 8$

Markiere Kante $\{x_5, x_6\}$

Iteration 8 $M^* = \{x_1, x_2\}$

x_5	x_1	x_2
$\mathcal{D}^*(x_5)$	14	<u>10</u>

$\mathcal{D}(x_2) = 10$

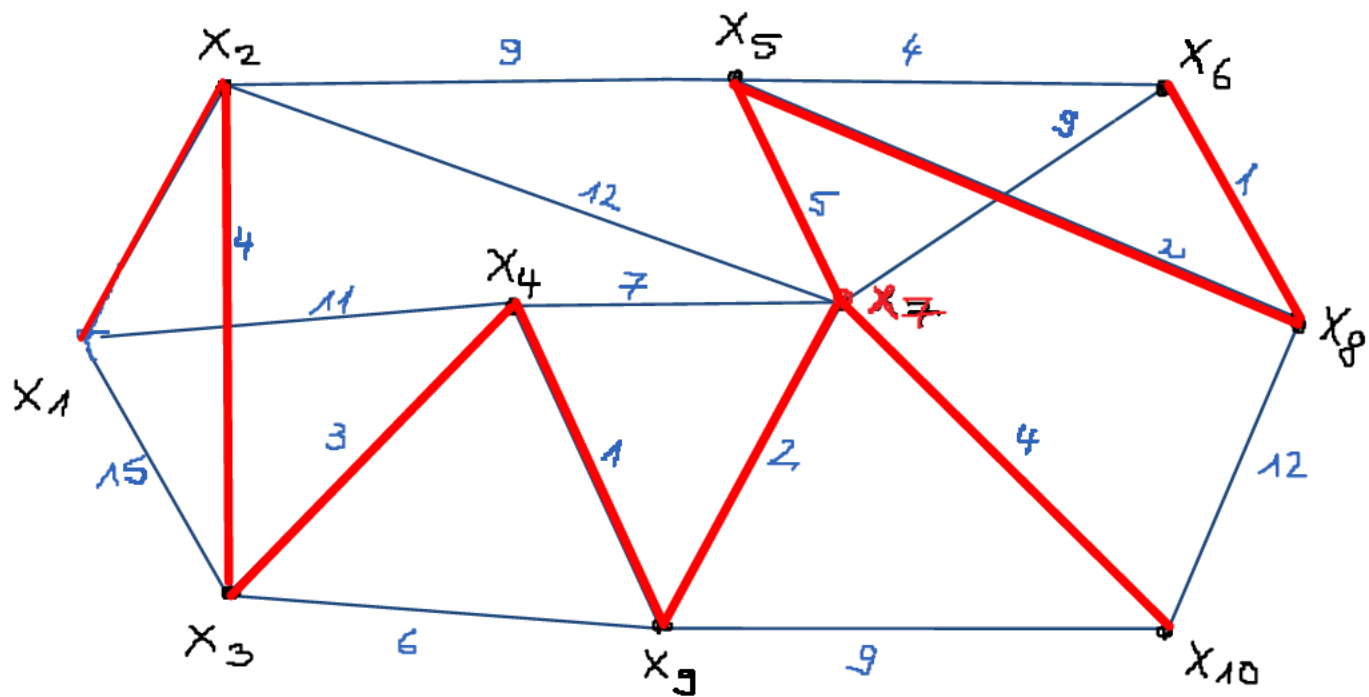
Markiere Kante $\{x_3, x_2\}$

Iteration 9 $M^* = \{x_1\}$

x_5	x_1
$\mathcal{D}^*(x_5)$	<u>13</u>
	2+1+3+4+3

$\mathcal{D}(x_1) = 13$

Markiere Kante $\{x_2, x_1\}$

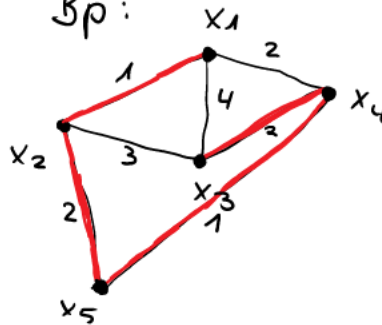


$D(x_1) = 13$
 $D(x_2) = 10$
 $D(x_3) = 6$
 $D(x_4) = 3$
 $D(x_5) = 5$
 $D(x_6) = 8$
 $D(x_8) = 7$
 $D(x_9) = 2$
 $D(x_{10}) = 4$
 $D(x_7) = 0$
 ↑
 Startknoten

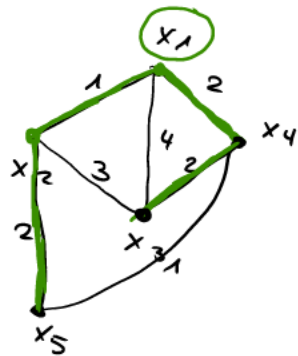
Frage:

Unterschied zwischen dem
 Algorithmus von Kruskal
 und dem
 Algorithmus von Dijkstra?

Bp:



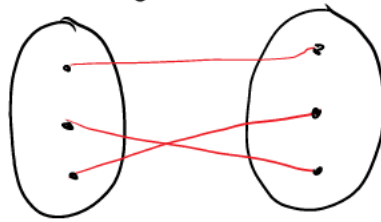
MST



Dijkstra
 von x_1 aus

Weitere Themen der Graphentheorie

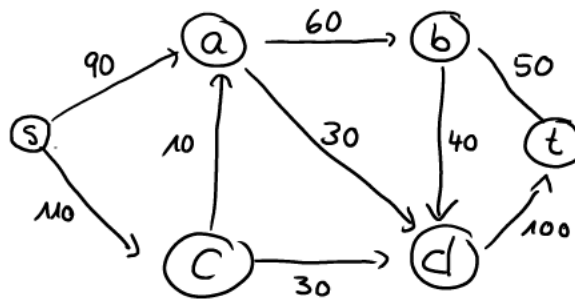
Matching



Knotenpaare

Flüsse und Schnitte in Netzwerken

Bp:



Pakete von s nach t

Gesucht: maximaler Fluss von s nach t

Überblick über das SS

Wichtig: Integrationsregeln

1) Partielle Integration

$$\int u v' dx = uv - \int u' v dx$$

Bp: $\int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx = \int x (x-2)^{-\frac{1}{2}} dx$

$$u(x) = x \quad u'(x) = 1$$

$$v'(x) = (x-2)^{-\frac{1}{2}} \rightarrow v(x) = 2(x-2)^{\frac{1}{2}}$$

Einsetzen in die Formel: $2x(x-2)^{\frac{1}{2}} - \frac{4}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}} + C, C \in \mathbb{R}$

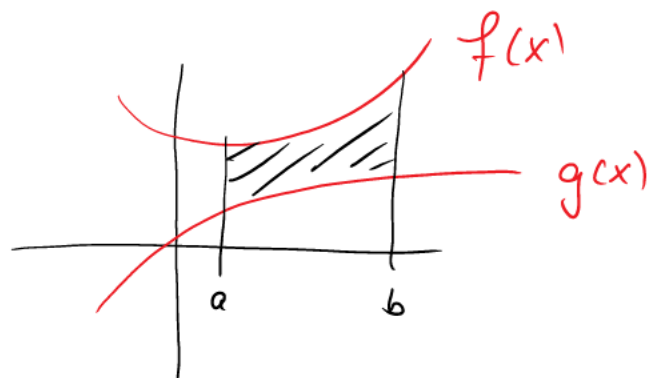
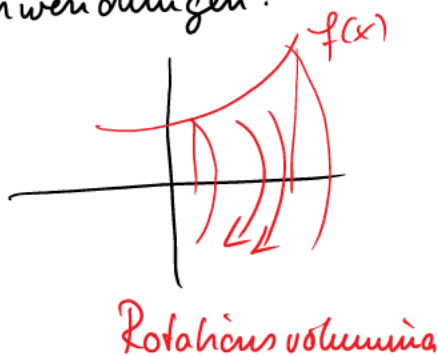
2) Integration durch Substitution

Bp: $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x} dx \quad u = x^3+3x \quad \frac{du}{dx} = 3x^2+3 = 3(x^2+1)$

$$= \frac{1}{3} \int \frac{1}{u} du = \frac{1}{3} \ln|u| + C$$

Korrektur $\rightarrow$ Rücksubst. $\rightarrow \frac{1}{3} \ln|x^3+3x| + C, C \in \mathbb{R}$

Anwendungen:



Wahrscheinlichkeitsrechnung
Komplexe Zahlen